

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.



13. tekmovanje v znanju
matematike za dijake srednjih
tehniških in strokovnih šol
Državno tekmovanje, 20. april 2013

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 1. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Naj bo $a < 0$. Poenostavi izraz

$$\frac{\sqrt{27a^2} - \sqrt{12a^2} + a\sqrt{108} + 5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}a - 5\sqrt{3}}$$

Izračunaj vrednost izraza za $a = -2^{-1}$.

(7 točk)

2. Meta je včeraj kupila 5 litrov mleka in 4 hlebce kruha ter plačala 9,10 evra. Danes je mleko cenejše za 10 %, kruh pa za 15 %. Za enako količino mleka in kruha bi danes Meta plačala 7,94 evra. Koliko sta stala liter mleka in hlebec kruha včeraj?

(8 točk)

3. Poenostavi izraz

$$\frac{a-2}{a \cdot (a-2) + 4} + \frac{11 - (1+a)}{8 + a^3} - \frac{1}{a+2}$$

Za katere realne vrednosti a izraz nima pomena?

(8 točk)

4. Reši enačbo

$$3 + \frac{11}{x-1} + \frac{10}{1-2x} - \frac{2}{4x^2 - 4x + 1} = 0.$$

Rešitve zapiši v obliki okrajšanih ulomkov z racionaliziranimi imenovalci.

(9 točk)



13. tekmovanje v znanju
matematike za dijake srednjih
tehniških in strokovnih šol
Državno tekmovanje, 20. april 2013

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 2. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Reši neenačbo $\sqrt{2x + y - 4} + \sqrt{3x - 2y - 13} \leq 0$.

(7 točk)

2. Naj bo n naravno število. Pokaži, da je vrednost izraza

$$\frac{(9^{n-1} + 3^{2n-1})^3}{(3^{3n-1} + 27^n)^2}$$

neodvisna od n .

(8 točk)

3. Kvadratu $ABCD$ s stranico a je včrtan enakokrak trikotnik ABE tako, da je vrh E razpolovišče stranice CD . Točka F je nožišče višine na krak AE trikotnika ABE iz oglišča B . Dokaži, da je $|EF| : |FB| : |BE| = 3 : 4 : 5$. Nariši ustrezno skico.

(8 točk)

4. Izračunaj koordinate točke, ki leži na premici skozi točki $A(-5, -2)$ in $B(-3, -1)$ ter je enako oddaljena od točk $C(-1, 0)$ in $D(4, -1)$.

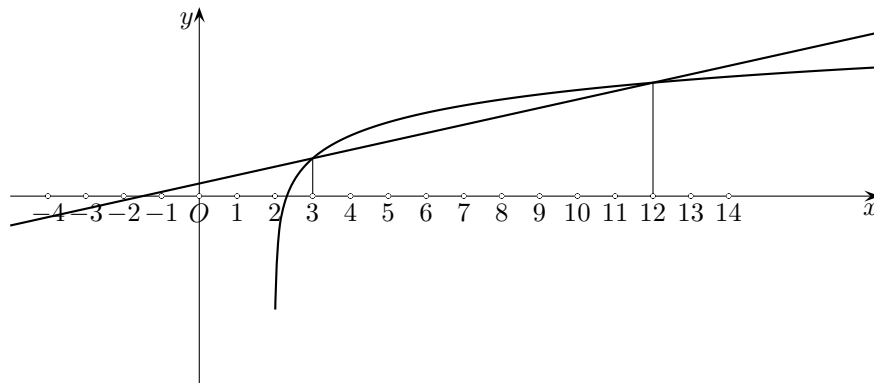
(9 točk)

Naloge za 3. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Na sliki sta graf logaritemske funkcije f s predpisom $f(x) = 2 \log(x - 2) + 1$ in premica p .



- a) Zapiši enačbo premice p .
b) Izračunaj ničlo logaritemske funkcije. Rezultat naj bo natančen.

(7 točk)

2. Reši enačbo $25^{\sqrt{x}} - 124 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 125$.

(8 točk)

3. Izberimo neki osni presek enakostraničnega stožca s polmerom 2 dm in nanj postavimo pravokotni kordinatni sistem tako, da je koordinatno izhodišče v središču osnovne ploskve stožca, vrh pa leži na pozitivnem delu ordinatne osi (enoti na abscisni in ordinatni osi sta dolgi 1 dm). Izračunaj koordinati vrha stožca. V odsekovni obliki zapiši enačbi nosilk tistih stranic stožca, ki ležita na izbranem osnem preseku. Izračunaj površino in prostornino stožca. Rezultati naj bodo natančni.

(8 točk)

4. Naj bo m realno število in $f(x) = x^2 - mx + m - 1$ ter $g(x) = x^2 - 2x - m$. Izračunaj vrednost parametra m tako, da bosta najmanjši vrednosti funkcij f in g enaki. Pri največjem izmed tako izračunanih vrednostih parametra m reši neenačbo $2f(x) \geq g(x - 1)$.

(9 točk)



13. tekmovanje v znanju
matematike za dijake srednjih
tehniških in strokovnih šol
Državno tekmovanje, 20. april 2013

Prilepi nalepko s šifro

Naloge za 4. letnik

N1	N2	N3	N4

Čas reševanja: 120 minut.

1. Največja številka števila 13 je 3, največja številka števila 77 je 7. Za posamezne neničelne številke ugotovite, kolikokrat nastopajo kot največje številke v naravnih številih od 1 do 99, in sestavite ustrezno frekvenčno tabelo. To frekvenčno porazdelitev prikažite s histogramom in s frekvenčnim poligonom. Dokažite, da je vsota ploščin pravokotnikov v histogramu enaka ploščini lika, ki ga omejujeta lomljena krivulja frekvenčnega poligona in abscisna os.

(7 točk)

2. Dan je pokončni valj, za katerega velja, da ploščina osnovne ploskve, ploščina plašča in površina tvorijo aritmetično zaporedje.

a) Naj bo v višina danega valja. Izrazi polmer r tega valja z v .

b) Denimo, da je dani valj visok 3 m. V kolikem času bi se v tem primeru valj napolnil do polovice z vodo, če bi vsako sekundo priteklo vanj 0,5 litra vode? Čas zapiši v urah, minutah in sekundah.

(8 točk)

3. V splošni obliki zapiši predpise za vse polinome četrte stopnje, ki imajo ničle $-2, 0, 1$ (ena izmed njih je dvojna) in njihovi grafi potekajo skozi točko $M(-1, 5)$.

(8 točk)

4. a) Poenostavi izraz

$$\left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}\right)^2 - (\cos \alpha \cdot \tan \beta)^2 + \sin^2 \alpha,$$

če je $\cos \beta \neq 0$.

b) Izračunaj vrednost $\alpha + \beta$, če je $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ in $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ter je $0^\circ < \alpha, \beta < 45^\circ$. Nalogo reši brez uporabe žepnega računalca.

(9 točk)