

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

A5. Katarina je spekla tri vrste peciva ter skuhala čaj in kavo, v hladilniku pa ima tudi sok. Največ koliko ljudi bo lahko Katarina različno postregla, če bo vsak dobil en kos peciva in pijačo?

(A) 6

(B) 9

(C) 15

(D) 18

(E) Nič izmed navedenega.

A6. Žan je prejšnji teden vsak dan kolesaril. Prvi dan je prevozil 20 km, vsak naslednji dan pa 5 km več kot prejšnji dan. Katera trditev je pravilna?

(A) Vsak dan je prevozil enako dolgo pot.

(B) Vsak dan je bila njegova pot za manjši odstotek daljša od poti, ki jo je prevozil dan prej.

(C) Vsak dan je prevozil krajšo pot kot prejšnji dan.

(D) Vsak dan je prevozil 25 % daljšo pot kot prejšnji dan.

(E) Sedmi dan je prevozil 55 km.

Peto državno tekmovanje v znanju matematike za dijake poklicnih šol

16. april 2005

II. del: DALJŠE NALOGE

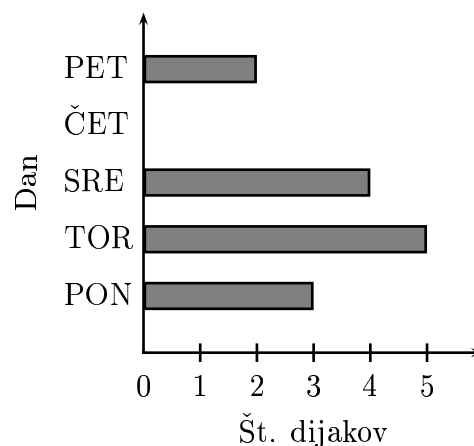
Navodilo: Naloge od B1 do B4 drugega dela rešujte na priloženem papirju, kamor vpisujete celotne račune. Vsako nalogo skrbno preberite in odgovorite na zastavljena vprašanja. Rešitev vsake izmed teh nalog bo ocenjena z 0 do 7 točkami.

Upoštevajte, da je treba v času 90 minut rešiti naloge prvega in drugega dela.

B1. Diagram prikazuje izostanke dijakov v enem tednu.

V ponedeljek je manjkala devetina vseh dijakov iz razreda, v sredo pa so manjkala samo dekleta.

- Kateri dan so manjkali 4 dijaki?
- Kateri dan so bili pri pouku vsi dijaki?
- Koliko je vseh dijakov v razredu?
- Ali je v petek manjkalo več kot 10 % dijakov?
- Koliko deklet je v razredu?



B2. Kmet je za paradižnikove sadike plačal 14000 SIT. Gnojenje in škropljenje ga je stalo 35500 SIT. Za obiranje in pakiranje paradižnika v zaboje po 12 kg je plačal 150 SIT za zabojo. Za zabojo paradižnika je dobil 1800 SIT.

- Najmanj koliko zabojev paradižnika je moral prodati, da je pokrila stroške?
- Skupaj je prodal 840 kg paradižnika. Koliko dobička je imel?

Opomba: Kmet ni davčni zavezanec.

B3. Starosti treh bratrancev, Marka, Gregorja in Denisa, so v razmerju 2 : 4 : 7. Skupaj so stari 65 let.

- Koliko je star vsak izmed njih?
- Čez koliko let bo Denis dvakrat toliko star kot Marko?
- Koliko sta bila stara Gregor in Denis, ko se je Marko rodil?

B4. List papirja ima obliko pravokotnika s stranicama, dolgima 12,6 cm in 10 cm.

- a) Ta list zvijemo v plašč valja tako, da je krajša stranica pravokotnika višina valja. Izračunajte prostornino valja, ki ga določa tako zvit papir, na kubični centimeter natančno.
- b) Če na vogalih pravokotnika izrežemo kvadrate z dolžino stranice 3 cm, dobimo mrežo škatle brez pokrova. Narišite skico te mreže, določite dolžino robov škatle in izračunajte prostornino te škatle.
- c) Izračunajte površino najmanjšega pokrova, ki pokrije škatlo.

Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

Tekmovalec, ki je le delno rešil nalogo, iz sicer pravilnih postopkov reševanja pa ni videti poti do končne rešitve naloge, ne more dobiti več kot polovico možnih točk.

I. DEL

V preglednici so zapisani pravilni odgovori. Pravilni odgovor tekmovalca se točkuje z 2 točkama, nepravilni z -1 točko, prazno polje preglednice pa z 0 točkami.

Naloga	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Odgovor	C	A	B	C	D	E

- A1.** Možni izidi tekme *Domači* : *Gostje* so: $6 : 0$, $5 : 1$, $4 : 2$. Možni so torej trije rezultati.
- A2.** Dolžino sestrinega koraka označimo z x , dolžino Boštjanovega pa z $x+5$. Za enako razdaljo je Boštjan napravil 9 korakov, njegova sestra pa 9, zato je $9(x+5) = 10x$, od koder izračunamo $x = 45$. Dolžina sestrinega koraka je 45 cm, Boštjanovega pa 50 cm.
- A3.** Dolžina stranice kvadrata je $a = \frac{36}{4} = 9$ cm, ploščina kvadrata pa 81 cm². Enakostranični trikotnik ima stranico dolgo $a = \frac{36}{3} = 12$ cm in ploščino enako $\frac{144 \cdot \sqrt{3}}{4} \doteq 62,4$ cm². Polmer kroga je $r = \frac{36}{2\pi}$, ploščina kroga pa $\frac{\pi \cdot 36^2}{2^2 \cdot \pi^2} \doteq 103,2$ cm². Največjo ploščino ima krog.
- A4.** Starost starejšega brata označimo z x . Tedaj je starost mlajšega brata enaka $\frac{x}{2}$, starost hčerke pa $6 + \frac{x}{2}$. Njihova skupna starost je 50 let, zato velja $50 = x + \frac{x}{2} + 6 + \frac{x}{2}$. Od tod sledi $x = 22$ let. Hčerka je stara $6 + \frac{x}{2} = 17$ let.
- A5.** Katarina ima 3 vrste pijače. K vsaki lahko postreže kos peciva, ki ga izbere izmed treh različnih vrst. Torej ima $3 \times 3 = 9$ različnih možnosti.
- A6.** Žan je prvi dan prevozil 20 km, drugi dan 25 km, tretji dan 30 km ... Vsak naslednji dan je prevozil več kilometrov kot prejšnji dan. Drugi dan je prevozil 25 % daljšo pot kot prvi dan, tretji dan je prevozil 20 % daljšo pot kot drugi dan ... Torej je bila njegova pot vsak dan za manjši odstotek daljša od poti, ki jo je prevozil dan prej.

II. DEL

B1. Z diagrama preberemo, da so 4 dijaki manjkali v sredo. in da v četrtek ni manjkal noben dijak. Ker vemo, da je v ponedeljek manjkala devetina vseh dijakov, z diagrama pa preberemo, da so tedaj manjkali 3 dijaki, je v razredu 27 dijakov. V petek sta manjkala 2 dijaka, kar je manj kot 10 % vseh dijakov. Ker so v sredo manjkala samo dekleta, so v razredu vsaj 4 dekleta, vendar iz tega ne moremo sklepati, koliko jih je v razredu.

Točkovnik:

Skupaj: 7 točk

- a) V sredo so manjkali štirje dijaki. 1 t
- b) V četrtek so bili pri pouku vsi dijaki. 1 t
- c) V razredu je 27 dijakov. 2 t
- d) V petek je manjkalo manj kot 10 % dijakov. 2 t
- e) Števila deklet v razredu ni mogoče določiti. 1 t

B2. Zapišemo enačbo $14000 + 35500 + x \cdot 150 = x \cdot 1800$. Rešitev enačbe $x = 30$. Kmet mora prodati vsaj 30 zabojev paradižnika, da pokrije stroške. Pri prodaji $840 : 12 = 70$ zabojev paradižnika so stroški $14000 + 35500 + 70 \cdot 150 = 60000$ SIT, dohodek $70 \cdot 1800 = 126000$ SIT, dobiček pa $126000 - 60000 = 66000$ SIT.

Nalogo lahko rešimo drugače. Kmet je imel pred obiranjem $14000 + 35500 = 49500$ SIT stroškov. Ker je prodajal zabojev paradižnika po 1800 SIT in je imel za vsak zabojev 150 SIT stroškov, je v resnici prejel 1650 SIT za vsak zabojev. Prodati je moral vsaj $49500 : 1650 = 30$ zabojev, da je pokrival stroške. Pri prodaji 840 kg paradižnika v $840 : 12 = 70$ zabojev, je dobiček prejel le od $70 - 30 = 40$ zabojev, in sicer $1650 \cdot 40 = 66000$ SIT.

Točkovnik:

Skupaj: 7 točk

- a) Enačba $14000 + 35500 + x \cdot 150 = x \cdot 1800$ 1 t
Rešitev enačbe $x = 30$ 1 t
Odgovor, npr.: Prodati mora vsaj 30 zabojev paradižnika. 1 t
Opomba: 1 točka se odšteje, če piše, da mora prodati 30 zabojev.
- b) stroški: $14000 + 35500 + 70 \cdot 150 = 60000$ SIT 1 t
prihodek: $70 \cdot 1800 = 126000$ SIT 1 t
dobiček: $126000 - 60000 = 66000$ SIT 1 t
Odgovor, npr.: Dobitek znaša 66000 SIT. 1 t

B3. Upoštevamo razmerje starosti. Markovo starost označimo z $2x$, Gregorjevo s $4x$ in Denisovo s $7x$. Zapišemo enačbo $2x + 4x + 7x = 65$, od koder je $x = 5$. Marko je star 10 let, Gregor 20 let in Denis 35 let.

Denimo, da bo Denis čez y let dvakrat toliko star kot Marko: $35 + y = 2(10 + y)$. Od tod dobimo $y = 15$. Čez 15 let bo Denis dvakrat toliko star kot Marko.

Marko se je rodil pred 10 leti. Tedaj je bil Gregor star 10 let, Denis pa 25 let.

Točkovnik:

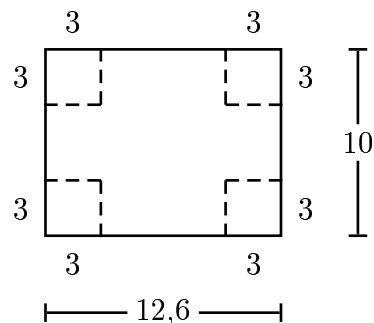
Skupaj: 7 točk

- a) Zapisana enačba: $2x + 4x + 7x = 65$ 1 t
Rešitev enačbe: $x = 5$ 1 t
Odgovor, npr.: Marko je star 10 let, Gregor 20 let in Denis 35 let. 1 t

- b) Zapisana enačba: $(10 + x) \cdot 2 = 35 + x$ 1 t
 Rešitev enačbe: $x = 15$ 1 t
 Odgovor, npr.: Čez 15 let bo Denis dvakrat toliko star kot Marko. 1 t
 c) Gregor je bil star 10 let, Denis pa 25 let. 1 t

B4. Višina valja je 10 cm, obseg njegove osnovne ploskve pa 12,6 cm. Iz obsega izrazimo polmer $r = \frac{12,6}{2\pi} = \frac{6,3}{\pi}$ cm. Prostornina valja je $V = \pi r^2 \cdot v = \pi \frac{(6,3)^2}{\pi^2} \cdot 10 = \frac{(6,3)^2}{\pi} \cdot 10 \doteq 126 \text{ cm}^3$. Dolžine robov škatle so 6,6 cm, 4 cm in 3 cm (glej sliko). Prostornina škatle je $6,6 \cdot 4 \cdot 3 = 79,2 \text{ cm}^3$.

Najmanjši pokrov, ki pokrije škatlo, je pravokotnik z dolžinama stranic 6,6 cm in 4 cm. Njegova ploščina je $26,4 \text{ cm}^2$.



Točkovnik: Skupaj: 7 točk

- a) Zapisana višina in obseg osnovne ploskve valja ($v = 10 \text{ cm}$, $o = 12,6 \text{ cm}$)
 ter polmer $r = \frac{12,6}{2\pi} \text{ cm}$ 1 t
 Izračunana prostornina valja: $V \doteq 126 \text{ cm}^3$ 1 t
 b) Narisana skica: 1 t
 Dolžine robov škatle so: 6,6 cm, 4 cm in 3 cm 2 t
 Prostornina škatle: $V = 79,2 \text{ cm}^3$ 1 t
 c) Površina pokrova je $26,4 \text{ cm}^2$ 1 t