

## Priprave na MMO 2024 – 8. domača naloga

1. Ana in Bor igrata igro. Na vsaki potezi igralec izbere eno še neizbrano število iz množice  $\{1, 2, \dots, 2024\}$  in ga zapiše na tablo. Igralec, po potezi katerega je produkt števil na tabli deljiv z 2024, izgubi. Če začne Ana in delata poteze izmenično, kdo ima zmagovalno strategijo?
2. Naj bo  $n$  naravno število. Koliko je permutacij množice  $\{1, 2, \dots, 2n\}$ , za katere veljajo naslednje lastnosti?
  - (a) Števila  $1, 3, \dots, 2n - 1$  se pojavijo v naraščajočem vrstnem redu.
  - (b) Števila  $2, 4, \dots, 2n$  se pojavijo v naraščajočem vrstnem redu.
  - (c) Za vsak  $1 \leq i \leq n$  se število  $2i - 1$  pojavi pred številom  $2i$ .
3. Naj bo  $n \geq 3$  naravno število. V krogu sedi  $n$  igralcev, ki igrajo *Igro 21*. V tej igri igralci po vrsti govorijo naravna števila, tako da igralec na potezi bodisi reče naslednje naravno število in se smer igranja ohrani, bodisi reče naslednji dve naravni števili in se smer igranja obrne. Nato je na potezi njegov levi ali desni sosed skladno s trenutno smerjo igranja. Štetje se začne s številom 1, poraženec pa je tisti igralec, ki reče število 21. Določi, za katera števila  $n$  lahko prvi igralec ne glede na poteze ostalih zagotovi, da ne bo izgubil.
4. Naj bo  $n$  naravno število. Pravimo, da je množica  $X \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$  *dobra*, če je  $|X| \in X$ . Koliko je dobrih množic, ki nimajo pravih podmnožic?

---

Naloge rešujte samostojno. Pisne rešitve je potrebno poslati najkasneje do **12. 5. 2024** preko e-maila na naslov **priprave.mmo@gmail.com**. Rešitvam priložite tudi podpisano izjavo o samostojnem delu. Če boste pri reševanju nalog uporabili kakšno literaturo (v tiskani ali elektronski obliki), navedite reference. Standardne literature (knjige *Altius*, *Citius*, *Fortius* in e-revije *Brihtnež*) ni potrebno navajati.

---

### Izjava o samostojnem delu

Spodaj podpisani(-a) ..... (ime in priimek) izjavljam, da sem vse naloge reševal(-a) samostojno in brez pomoči drugih oseb.

..... (kraj in datum)

Podpis: