

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2026
Letnik 73
1

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, APRIL 2026, letnik 73, številka 1, strani 1–40

Naslov uredništva: DMFA Slovenije, Jadranska ulica 19, 1000 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 500 **Elektronska pošta:** zalozba@dmfa.si **Internet:** <http://www.obzornik.si/> **Transakcijski račun:** SI56 0205 3001 1983 664
Mednarodna nakazila: Nova Ljubljanska banka d.d., Ljubljana, Trg republike 2, Ljubljana **SWIFT (BIC):** LJBAS12X **IBAN:** SI56 0205 3001 1983 664

Uredniški odbor: Peter Legiša, Sašo Strle, Bojan Kuzma (urednik za matematiko), Aleš Mohorič (tehnični urednik, urednik za fiziko in odgovorni urednik), Mirko Dobovišek, Irena Drevenšek Olenik, Damjan Kobal, Petar Pavešić, Marko Razpet, Nada Razpet, Peter Šemrl.

Jezikovno pregledal Grega Rihtar.

Natisnila tiskarna DEMAT v nakladi 150 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 25 EUR. Naročnina za ustanove je 60 EUR, za tujino 35 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak tretji mesec. Sofinancira jo Javna agencija za znanstvenoraziskovalno in inovacijsko dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih znanstvenih periodičnih publikacij.

© 2026 DMFA Slovenije

Članki so objavljeni z licenco CC BY-SA

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, ključne besede in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželeno velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvirne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov \TeX oziroma \LaTeX , kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

ČASOVNICA STATISTIKE

JULIAN CHAMPKIN

PREVOD IN PRIREDBA (DODANO JE VEČ KOT 60 SLIK IN ZADNJI TRIJE RAZDELKI)
ALEKSANDAR JURIŠIĆ

Math. Subj. Class. (2010): 01A60, 62A01 60A05

Predstavimo zgodovinski razvoj statistike skozi pregled ključnih mejnikov na način razumljiv širokemu krogu bralcev – tudi tistim, ki se s to vedo še niso srečali. Izpostavimo pomembne osebnosti, ideje in dogodke, ki so statistiko oblikovali kot znanstveno disciplino in kot orodje za razumevanje sveta. Besedilo, pripravljeno kot prevod in priredba jubilejnega pregleda iz revije *Significance*, sledi razvoju statistike od njenih najzgodnejših zametkov v antiki do vzpona sodobne podatkovne znanosti. V zaključku dodamo še izbor matematikov, zaslužnih za razvoj teorije verjetnosti, ter nekaj ključnih izrazov, ki nakazujejo razcvet celotne vede.

TIMELINE OF STATISTICS

We present the historical development of statistics through an overview of key milestones, written in a way that is accessible to everyone – even to those who have not yet encountered this field. It highlights the major figures, ideas, and events that have shaped statistics as both a scientific discipline and a tool for understanding the world. Prepared as a translation and adaptation of an anniversary review from the journal *Significance*, the text traces the evolution of statistics from its earliest origins in antiquity to the rise of modern data science. In conclusion, we introduce selected additional mathematicians who contributed to the development of probability theory, along with new subfield titles that reflect the flourishing of the entire discipline.

1. Uvod



“Proučuj preteklost, če želiš opredeliti prihodnost.” — Konfucij.

“Dlje ko se ozreš nazaj, dlje naprej boš verjetno videl.” — Churchill.

“Če bi se zgodovina poučevala v obliki zgodb, je ne bi nikoli pozabili.” — Kipling.

Revija *Significance* izhaja že deset let. Ob njenem rojstnem dnevu je bil objavljen zložen plakat s časovnim pregledom bolj ali manj vsega, kar je pomembno v zgodovini statistike. In kot je namignil Kipling, je zgodovina zgodba. Če ne poznaš zgodbe statistike, sploh ne poznaš statistike. Plakat je zabaven in informativen. Namenjen je statistikom in širši javnosti. Ima

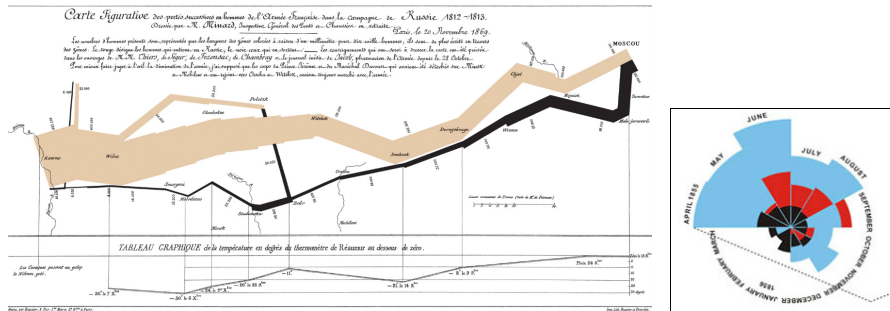
lepe barvne slike, lahko razumljive opise – približno 70 jih je, številne od njih so mini zgodbe v stilu Kiplinga – vseh (upamo) pomembnih mejnikov misli in uporabe, zaradi katerih je statistika postala orodje, disciplina in zelo potrebna pomoč človeškim prizadevanjem, kakršna je danes. Morda je bil prvi med njimi dogodek, ki se je zgodil leta 450 pr. n. št., ko je mož po imenu Hiplas dobil briljantno idejo, kako izračunati datum prvih olimpijskih iger. Vedel je, koliko kraljev je vladalo od takrat, ni pa vedel natančno, koliko časa je vladal vsak kralj. Zato je za izračun uporabil povprečno dolžino vladavine.

Premaknimo se naprej na indijske, kitajske in arabske podvige. Al-Kindi je leta 840 n. št. uporabljal frekvenčno analizo za odšifriranje tajnih kod; Kitajci so do leta 1303 dobro obvladali binomske koeficiente, s tem, kar bo Zahod kasneje imenoval Pascalov trikotnik – do Gaussa in njemu podobnih. (In Casanova. Če želite izvedeti, kako se je znašel tam, si boste morali ogledati časovnico.) Omenimo grafikone Napoleonovega pohoda na Moskvo in barvne diagrame Florence Nightingale o stopnjah umrljivosti v krimskih bolnišnicah, ki so bili veliko pomembnejši od svetilke, ki jo je nosila po oddelkih (glej slike na koncu uvoda). 20. stoletje prinaša teoretične in praktične velikane, kot sta Fisher in Alan Turing, ki sta s prvim programirljivim računalnikom na svetu razbila vojne kode Engime v Bletchleyju, statistika pa je prekašala vohune pri ocenjevanju števila nemških tankov, ki bi bili na plažah ob dnevu D. V zadnjem času pridemo do Dolla in Hilla, ki dokazujeta, da kajenje povzroča raka. Podnebne spremembe in veliki podatki nas pripeljejo do Hala Variana, ki nam pove, da je statistika seksi poklic prihodnjih desetih let, Moneyball in Nata Silver pa sta to napoved uresničila.

Kako smo jih izbrali? S poskusi, napakami in sedenjem v kadi v pričakovanju navdiha. Tudi s prošnjo za vaše predloge. Smo kakšnega izpustili? Skoraj zagotovo. Povejte nam, katere stvari smo po vašem mnenju izpustili in zakaj bi jih morali vključiti, in poskušali jih bomo vključiti v posodobitev. Ali pa nam povejte, katere stvari po vašem mnenju ne bi smele biti tam – ali bi morala biti tam Margaret Thatcher kot prva svetovna voditeljica, ki je sprejela potrebo po ukrepanju glede podnebnih sprememb?

Časovnica je v decembrski številki revije *Significance*. Lahko jo obesite na oglasne deske, stene učilnic ali kamorkoli drugam, kjer bi jo ljudje lahko videli. Lahko pa jo prenesete od tukaj in natisnete več izvodov zase. Časovnica je visoke ločljivosti, zato jo za najboljši učinek natisnite tako veliko,

kot vam omogoča vaš tiskalnik ali tiskalnik vaše kopirnice. Namenjena je temu, da jo pogledajo tudi tisti, ki v življenju še nikoli niso razmišljali o statistiki, in pomislijo, da morda statistika lahko ponudi kaj zanimivega.



Slika 1. (a) S kakšnim številom vojakov se je začel Napoleonov pohod na Moskvo in koliko se jih je uspelo vrniti. (b) Ugotovitve bistrourne medicinske sestre so pokazale, da so bolezni in druge nadloge, vključno s slabimi sanitarnimi razmerami, daleč odtehtale rane na bojišču kot vzrok smrti na Krimu.

2. Predgovor za časovnico

Pri statistiki gre za zbiranje podatkov in ugotavljanje, kaj nam številke lahko povedo. Od prvega kmeta, ki je ocenil, ali ima dovolj žita za zimo, do znanstvenikov velikega (hadronskega) trkalnika, ki so potrdili verjeten obstoj novih delcev, so ljudje vedno sklepali na podlagi podatkov. Statistični pripomočki, kot je povprečje (ali kakšna druga sredina), povzemajo podatke, standardni odklon pa meri, koliko razpršenosti obstaja znotraj množice številke. Frekvenčne porazdelitve – vzorci v številkah ali oblike, ki jih tvorijo, ko so narisane na grafu – lahko pomagajo napovedati prihodnje dogodke. Vedeti, kako zanesljive ali kako negotove so ocene, je ključni del statistike.

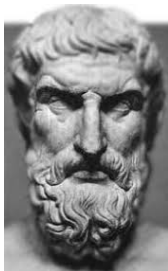
Današnja ogromna količina digitalnih podatkov spreminja svet in način življenja. Statistične metode in teorije se uporabljajo povsod, od zdravstva, znanosti in poslovanja do upravljanja prometa ter proučevanja trajnosti in podnebnih sprememb. Nobena razumna odločitev ni sprejeta brez analize podatkov. Za ravnanje s podatki in sklepanje iz njih uporabljamo metode, katerih izvor in razvoj sta predstavljena tukaj.

Julian Champkin, revija Significance

3. Zgodnji začetki

450 pr. n. št.

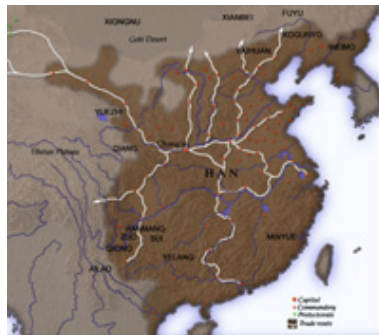
HIPPIAS iz Elide uporablja povprečno vrednost trajanja kraljeve vladavine (**povprečje**), da izračuna datum prvih olimpijskih iger, približno 300 let pred njegovim časom.



431 pr. n. št. Napadalci, ki so oblegali Plateje v peloponeški vojni, so izračunali višino zidu s štetjem števila opek. Štetje so večkrat ponovili različni vojaki. Najpogostejša vrednost (**modus**) je bila **najverjetnejša**. Z množenjem z višino ene opeke so lahko izračunali dolžino lestev, potrebnih za preplezanje zidov.

400 pr. n. št. V indijskem epu *Mahabharata* kralj RTUPARNA **oceni** število sadežev in listov (2095 sadežev in 50.000.000 listov) na vejah drevesa vibhitaka tako, da prešteje število obeh na eni sami močnejši veji in nato pomnoži s številom močnejših vej. Ugotovljeno je bilo, da je ocena zelo blizu dejanskemu številu. To je prvi zabeležen primer **vzorčenja** – “vendar je to znanje opredeljeno kot tajno”, pravi poročilo.

Leta 2 po Kr. Kitajski **popis prebivalstva** pod dinastijo HAN odkrije 57,67 milijona gospodinjstev – prvi popis, v katerem so ohranjeni podatki in znanstveniki ga še vedno štejejo za točnega.



Leta 7 po Kr. Popis prebivalstva, ki ga je izvajal KVIRIN, guverner rimske province Judeje, je v Lukovem evangeliju omenjen kot vzrok, da sta Jožef in Marija šla v Betlehem poravnat **davke**.

Leta 840: Islamski matematik AL-KINDI uporabi **frekvenčno analizo** – najbolj pogosti znaki predstavljajo najbolj pogoste črke – za razbitje tajne šifre. Al-Kindi vpelje tudi arabske števke v Evropo.

1069 DOMESDAY BOOK, raziskava za Viljema Osvajalca o kmetijah, vaseh in živini v njegovem novem kraljestvu – začetek **uradne statistike** v Angliji.



1150 TRIAL OF THE PYX začne letni **preizkus čistosti** kovancev iz Kraljeve kovnice. Kovanci so izbrani nključno, v fiksni populaciji glede na izkovanost število. Obstaja še danes.

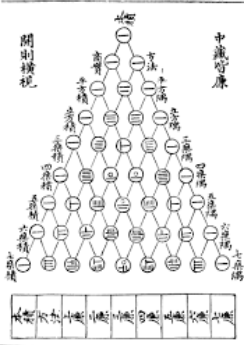


1188 GERALD OF WALES je dokončal prvi **popis prebivalstva** v Walesu.



1303 Kitajski diagram z naslovom “Grafikon stare metode sedmih množilnih kvadratov” prikazuje binomske koeficiente do osme potence – številca, ki so temeljna za matematiko verjetnosti, so se pojavila 500 let pozneje na Zahodu kot **Pascalov trikotnik**.

圖方察七法古



1346 Nuova Cronica GIOVANNIJA VILLANIIJA podaja **statistične podatke** o prebivalstvu in trgovini Firenc.



4. Matematične osnove

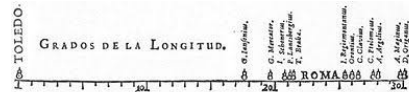
1545 GEROLAMO CARDANO objavi razpravo o verjetnosti in izračuna **verjetnosti** različnih metov dveh kock za hazarderje.



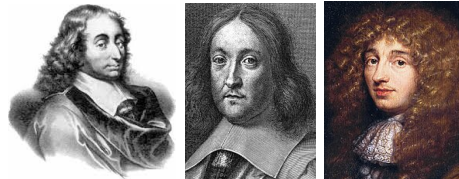
1570 Astronom TYCHO BRAHE uporablja **aritmetsko sredino** za zmanjšanje napak pri ocenah lokacij zvezd in planetov.



1644 MICHAEL VAN LAGREN nariše prvi znani **graf statističnih podatkov**, ki prikazuje meritve. Gre za različne ocene razdalje med Toledom in Rimom.



1654 PASCAL in FERMAT si dopisujeta o delitvi vložkov v igrah na srečo in skupaj ustvarita **matematično teorijo verjetnosti**.



1657 HUYGENSOVO delo *O sklepanju pri igrah na srečo* je prva knjiga o **teoriji verjetnosti**. Izumil je tudi uro z nihalom.

1663 JOHN GRAUNT uporablja župnijske zapise za **oceno prebivalstva** Londona in iz podatkov sestavi prve zavarovalniške tabele.

1693 EDMUNT HALLEY pripravi prve **tabele umrljivosti**, ki statistično povezujejo stopnjo umrljivosti s starostjo – temelj **življenjskega zavarovanja**. Narisal je tudi stiliziran zemljevid poti sončnega mrka nad Anglijo – enega prvih zemljevidov za **vizualizacijo podatkov**.

1713 JACOB BERNOULLI v svoji knjigi *Umetnost ugibanja (Ars Conjectandi)* vpelje **kombinatoriko** in izpelje



zakon velikih števil – čim pogosteje ponavljate poskus, bolj natančno lahko napoveste rezultat.

1728 VOLTAIRE in njegov prijatelj matematik DE LA CONDAMINE opazita, da pariška **loterija obveznic** ponuja več denarnih nagrad, kot znaša lokalna cena vstopnic; obvladata trg in si prislužita bogastvo.



1749 GOTTFRIED ACHENWALL ustvari besedo **statistika**; (v nemščini Statistik); gre za informacije, ki jih potrebujete za vodenje nacionalne države.



1757 CASANOVA postane skrbnik (morda je sodeloval tudi pri nastajanju francoske nacionalne **loterije**).



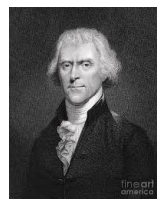
1761 Duhovnik THOMAS BAYES izpelje izrek, ki predstavlja temelj **popojne verjetnosti**, ter preverja prepričanja in predpostavke (domneve).



1786 WILLIAM PLAYFAIR predstavi grafične prikaze in **stolpične diagrame** (histograme) za prikaz ekonomskih podatkov.

1789 GILBERT WHITE in drugi duhovniki – naravoslovci vodijo zapise o temperaturah, datumih prvih snežink in začetkih pomladi itd.; podatki so kasneje uporabni za proučevanje **podnebnih sprememb**.

1790 Prvi **popis prebivalstva** v ZDA, ki so ga opravili možje na konjih pod vodstvom THOMASA JEFFERSONA, naštejejo 3,9 milijona Američanov.



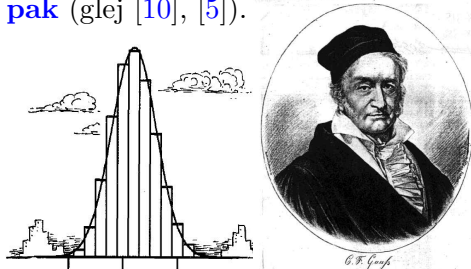
1791 JOHN SINCLAIR v svojem *Statističnem računu Škotske* prvič uporabi besedo **statistika** v angleščini.



1805 ADRIEN-MARIE LEGENDRE uvede **metodo najmanjših kvadratov** za prilagajanje krivulje danemu naboru opazovanj.



1808 GAUSS s prispevki LAPLACEA izpelje **normalno porazdelitev – zvonasto krivuljo**, temeljno za proučevanje **razpršenosti** in **napak** (glej [10], [5]).

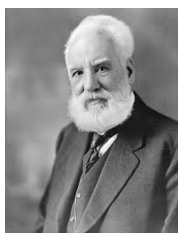


1833 Britansko združenje za napredek znanosti ustanovi oddelek za statistiko. Člana sta THOMAS MALTHUS, ki je analiziral rast prebivalstva, in CHARLES BABBAGE. Kasneje združenje postane **Royal Statistical Society**.

1835 Študija o človeku Belgijca ADOLPHA QUETELETA predstavi **družboslovno statistiko** in koncept **povprečnega človeka** – njegovo višino, indeks telesne mase in zaslužek.

1839 Ustanovljeno je **Ameriško statistično združenje**

(American Statistical Association – ASA). ALEXANDER GRAHAM BELL, ANDREW CARNEGIE in predsednik MARTIN VAN BUREN postanejo člani.



1840 WILLIAM FARR ustanovi uradni sistem za **beleženje vzrokov smrti** v Angliji in Walesu. To omogoča obvladovanje epidemij in primerjave bolezni – začetek **medicinske statistike**.



1849 CHARLES BABBAGE oblikuje “motor razlike”, ki povzame ideje o **obdelavi podatkov** in **sodobnem računalniku**. ADA LOVE-LACE, nečakinja Lorda Byrona, zanj napiše prvi **računalniški program** na svetu.



1854 “Zemljevid kolere” JOHN A SNOWA opisuje vodno črpalko na ulici Broad Street v Londonu kot vzrok za izbruh bolezni, s čimer se začne sodobna **študija epidemij**.

1859 FLORENCE NIGHTINGALE uporablja statistiko žrtev krimske vojne za vpliv na javno mnenje in vojno ministrstvo. Žrtve navaja me-

Julian Champkin

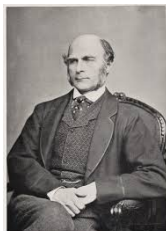
Prevod in priredba (dodano je več kot 60 slik in zadnji trije razdelki) Aleksandar Jurišić

sečno na **krožnem grafikonu**, ki ga je izdelala (predhodnik **tortnega grafikona**). Je prva članica Kraljevega statističnega združenja in prva čezatlantska članica ASA.



1868 MINARDOV **grafični diagram** Napoleonovega pohoda na Moskvo prikazuje na enem diagramu prevoženo razdaljo, število še živih ljudi na vsakem kilometru pohoda in temperature, ki so jih prenašali na poti.

1877 FRANCIS GALTON, Darwinov bratranec, opisuje regresijo na povprečje. Leta 1888 uvede koncept **korelacije**. Na tekmovalstvu "Ugani bikovo težo" v Devonu opisuje "modrost množic" – češ da je povprečje številnih ugibanj blizu prave vrednosti.



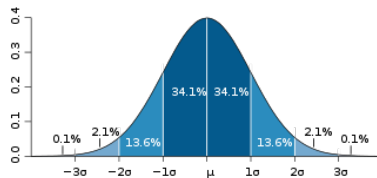
1886 Filantrop CHARLES BOOTH začne raziskovati londonske siromake, in izdela **zemljevid revščine v Londonu**: črnoobarvana območja za najrevnejše, rumena pa locirajo višji srednji razred in premožne.

¹Opomba: Leta 1863 je hi-kvadrat porazdelitev prvi izpeljal nemški fizik Ernst Abbe (kot porazdelitev vsote kvadratov napak),

1894 KARL PEARSON uvede izraz "**standardni odklon**". Če so napake normalno porazdeljene, bo 68 % vzorcev znotraj enega standardnega odklona povprečja. Kasneje razvije **test hi-kvadrata**



za ugotavljanje, ali sta dve spremenljivki neodvisni druga od druge.¹



1898 Podatki VON BORTKIEWICSA o smrtnosti vojakov v pruski vojski zaradi konjskih brc kažejo, da *redki dogodki očitno sledijo predvidljivemu vzorcu*, tj. **Poissonovi porazdelitvi** [3].



5. Moderna doba

1900 LOUIS BACHELIER ugotovi, da se nihanja borznih cen obnašajo na enak način kot naključno **Brownovo gibanje molekul** – začetek **finančne matematike**.

1908 WILLIAM SEALY GOSSETT, glavni pivovar Guinnessa v Dublinu, odkrije Studentovo porazdelitev in uvede **test t** . Uporablja majhno število poskušanj, s katerim zagotavlja, da ima vsak zvarek enako dober okus.



1911 HERMAN HOLLERITH, izumitelj **naprav z luknjanimi karticami**, ki se uporabljajo za analizo podatkov v popisih prebivalstva v ZDA. Združi svoja podjetja in ustanovi podjetje, ki bo postalo **IBM**, pionir strojev za **obdelavo poslovnih podatkov** in **prvih računalnikov**.



1916 Med prvo svetovno vojno oblikovalec avtomobilov FREDERICK LANCHESTER razvije statistične zakone za napovedovanje rezultatov zračnih bitk: če *podvojite njihovo*

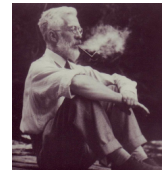


številčnost, so kopenske vojske le dvakrat močnejše, zračne sile pa štirikrat.

1924 WALTER SHEWHART izumi **kontrolno karto** za pomoč industrijski proizvodnji in upravljanju.



1935 RONALD FISHER je revolucionar sodobne statistike. Njegovo delo *Design of Experiments*

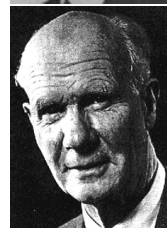


ponuja načine odločanja, kateri rezultati znanstvenih poskusov so pomembni in kateri ne.

1935 GEORGE ZIPF ugotovi, da številni pojavi – dolžine rek, mestna populacija – sledijo **potenčnemu zakonu**, tako da je *največja dvakrat večja od druge največje, trikrat večja od tretje in tako naprej.*

1937 JERZY NEYMAN in EGON SHARPE PEARSON

vedeta **intervale zaupanja** pri **statističnem testiranju hipotez**. Njuno delo vodi do sodobnega znanstvenega vzorčenja (glej [4]).



1940-45 ALAN TURING v Bletchley Parku razbije nemško vojno šifro **Enigma** z uporabo napredne **Bayesove statistike** in **Colossusa**, prvega računalnika, ki se ga da programirati.



1948-53 KINSEYEVO poročilo zbira **objektivne podatke** o spolnem vedenju ljudi. Obsežna raziskava 5000 moških in kasneje 5000 žensk povzroči ogorčenje.

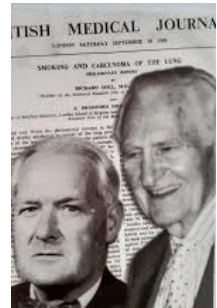


1944 TEŽAVA Z NEMŠKIMI TANKI: zavezniki morajo vedeti, s koliko tanki znamke Panther se bodo soočili v Franciji na dan D. Statistična analiza serijske številke menjalnikov iz zajetih tankov pove, koliko tankov je bilo izdelanih. Statistiki napovedujejo 270 na mesec; poročila obveščevalnih virov napovedujejo veliko manj.

Izkazalo se je, da jih je vseh 276. *Statistika je prese-gla vohune.*

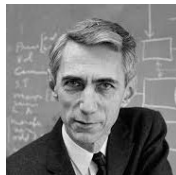


1950 RICHARD DOLL in BRADFORD HILL ugotovita **povezavo** med kajenjem cigaret in pljučnim rakom. Kljub ostremu nasprotovanju je rezultat končno dokazan, kar najbolj koristi zdravju.



1946 **Coxov izrek** izpelje **aksiome verjetnosti** iz preprostih logičnih predpostavk.

1948 CLAUDE SHANNON predstavi **informacijsko teorijo** in **“bit”** – temelj digitalne dobe.



1950 Statistične metode GENICHIJA TAGUCHIJA za **izboljšanje kakovosti** avtomobilskih in elektronskih komponent so bile revolucionarne za japonsko industrijo, ki je začela močno prehitovati zahodnoevropske tekmece.

1958 KAPLAN-MEIERJEVA **cenilka** daje zdravnikom preprosti *statistični način presojanja, katera zdravljenja so najbolj učinkovita*. Rešil je milijone življenj.

1972 Model sorazmernih tveganj DAVIDA COXA in koncept parcialnega verjetja.



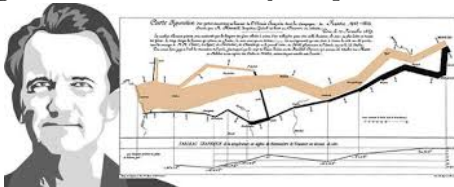
1977 JOHN TUKEY predstavi diagram, t. i. **škatla z brki**, ki prikazuje **kvartile**, **mediane** in **razpon podatkov** na eni sliki.



1979 BRADLEY EFRON uvede **zanka-nje** (angl. bootstrapping), preprost način za *ocejevanje porazdelitve skoraj vseh vzorčnih podatkov*.



1982 EDWARD TUFTE v samozaložbi izda *The Visual Display of Quantitative Information*, ki postavlja nove standarde za grafično vizualizacijo podatkov.



1988 MARGARET THATCHER postane prva svetovna voditeljica, ki je pozvala k ukrepanju proti podnebnim spremembam.

1993 Izdan je statistični programski jezik “**R**”, ki je zdaj **standardno statistično orodje**.

1997 Izraz “**Big Data**“ se prvič pojavi v tisku.



2002 *Količina digitalno shranjenih informacij presega nedigitalne.*

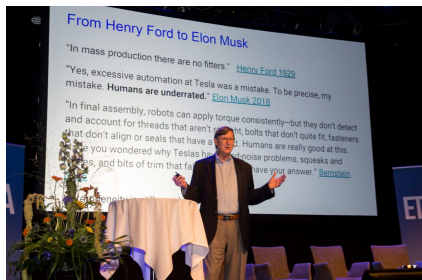
2002 PAUL DEPODESTA uporablja statistiko – “sabermetrics” – da spremeni srečo bejbolske ekipe Oakland Athletics; film *Moneyball* pripoveduje zgodbo.



2004 Začne izhajati revija **Significance**.



2008 HAL VARIAN, glavni ekonomist pri Googlu, pravi, da bo statistika “*seksi poklic naslednjih desetletij*”.



2012 NATE SILVER, statistik, uspešno **napoveduje rezultate** na ameriških predsedniških volitvah v vseh 50 zveznih državah. Postane medijska zvezda.



2012 Veliki hadronski trkalnik potrди obstoj **Higgsovemu bozonu** podobnega delca z verjetnostjo petih standardnih odklonov (5σ) – približno ena možnost proti 3,5 milijona, da je vse, kar se vidi, naključje.

6. Verjetnost

Starosta slovenske verjetnosti in statistike Rajko Jamnik [2] je zapisal: “*Eden prvih velikih dosežkov teorije verjetnosti je bil Laplaceov limitni izrek.*”

Temu izreku danes pravimo **Centralni limitni izrek** (CLI), glej npr. Perman [7] in dodatek, cf. Tao [8]. Brez tega izreka ne bi zares razumeli pomena normalne porazdelitve (sicer bi se lahko naslonili na izkušnje, a bi

bil problem precizirati, kako se omenjena verjetnost približuje k 1). Zato moramo omeniti še dva matematika, ki sta bistveno prispevala k CLI:

1718 ABRAHAM DE MOIVRE izda *The Doctrine of Chances* in leta 1733 doda še aproksimacijo binomske porazdelitve z normalno krivuljo (točkovni obrazec).



1812 PIERRE-SIMON LAPLACE [9] objavi delo *Anali-tična teorija verjetnosti*: rodovne funkcije, posplošitev točkovnega obrazca in leta 1920 CLI.



Ne gre pa pozabiti tudi naslednjih matematičnih ‘pionirjev’:

PAFNUTI ČEBIŠEV (1821-1894) njegova neenakost govori o zgornji meji verjetnosti odstopanja standardizirane slučajne spremenljivke od 0,

ANDREY A. MARKOV (1856-1922) Markovske verige in procesi [2],



EMILE BOREL (1871-1956) začetnik teorije mere in pozabljeni oče teorije iger,

ANDREI KOLMOGOROV (1903-1987) vpelje aksiomatičen pristop k verjetnosti,



PAUL ERDŐS (1913-1996) vpelje probabilistične metode, najbolj plodovit matematik s prek 1500 raziskovalnimi članki (glej [6] za definicijo Erdősevega števila).



7. Zaključek

Glede na to, da se je časovnica zaključila z letom 2012, je morda prav, da dodamo še nekaj ključnih besed (skupaj z nekaterimi njihovimi razlagami):

strojno učenje (angl. Machine Learning)

rudarjenje podatkov (angl. Data Mining)

podatkovne vede (angl. Data Science)

računska statistika (angl. Computational Statistics) – algoritmi in simulacije (Monte Carlo, zankanje)

uporabna statistika – praktična implementacija metod na realnih podatkih

matematična statistika – teoretična osnova (teorija verjetnosti, teorija porazdelitev, asimptotika) razvoj novih metod in modelov

biostatistika – statistične metode,

ki se uporabljajo v medicini, biologiji, javnem zdravju, genetiki in kliničnih testiranjih

statistika v fiziki (meritve, meteorologija,...), kemiji,... – proučevanje posebnih zakonov, ki urejajo obnašanje in lastnosti makroskopskih teles, ki izhajajo iz kolektivnega gibanja velikega števila delcev in jih ni mogoče zreducirati na mehanske zakone, ki veljajo za sisteme z manj stopnjami svobode

statistika vesolja – vsebuje približno 2 bilijona galaksij in skupno približno 10^{24} zvezd; več zvezd (in planetov, podobnih Zemlji) kot vseh zrn peska na planetu Zemlja; vendar manj od skupnega števila atomov v vesolju, ki je ocenjeno na 10^{82}

statistika v psihologiji in izobraževanju – testi, teorija merjenja, faktorska analiza

športna statistika – analiza športne uspešnosti in strategije

družboslovna statistika – uporaba statistike za preučevanje človeškega vedenja in družbenega okolja; podatki socialne statistike so informacije ali znanje o posamezniku, predmetu ali dogodku (pomislite samo na družbena omrežja)

statistika v ekonomiji – finance in poslovne vede (časovne vrste, napovedovanje, vzročno-posledično sklepanje ...)

statistika v zavarovalništvu (finančna matematika, angl. Actuarial Science)

okoljevarstvena statistika – modeliranje okoljskih procesov, podnebni podatki, onesnaževanje, ekologija
 (kvalitete) – kontrolne karte, Six Sigma, zanesljivost, proces

industrijska statistika (kontrola – SURS) **uradna statistika** (Statistični urad)

Starodavne civilizacije	Popisi, davki, kmetijski zapisi
1645	Pascal in Fermat – igre na srečo matematično
1663	John Graunt – zavarovalniške tabele, demografija
18. stoletje	J. Bernoulli, de Moivre, Bayes in Laplace – osnove verjetnosti
Začetek 19. stoletja	Gauss – normalna porazdelitev, metoda najmanjših kvadratov
Pozno 19. stoletje	Quetelet in Galton – regresija, korelacija
Konec 19. stoletja	Karl Pearson – hi-kvadrat, korelacijski koeficient
Začetek 20. stoletja	Fisher – ANOVA, p -vrednosti, eksperimentalna zasnova
1930.	Neyman in Pearson – preverjanje domnev
1933	Kolmogorov – aksiomska verjetnost
1950.–1980.	računalniki, Monte Carlo, vzorčenje anket, nadzor kakovosti
1990.	statistična programska oprema (R, SAS, SPSS), biostatistika
2000.	veliki podatki, Bayesov preporod, integracija strojnega učenja
Danes	umetna inteligenca, podatkovne vede, genomika, družbena omrežja

Tabela 1. Poenostavljena časovnica statistike. Klasična antika in srednji vek (starodavne civilizacije so nam vsaj 2000 let tlakovale pot). Sledi Renesansa (Galileo Galilei, 1564-1642, izračuna verjetnosti za vsoto treh kock) in novi vek. Končno pridemo do moderne dobe in sedanosti.

Dodatek A: CLI za pričakovano vrednost in delež

Predstavimo dve različici centralnega limitnega izreka, ki se uporabljata za ocenjevanje pričakovane vrednosti in deleža. Naj bo X slučajna spremenljivka, ki sledi neko numerično lastnost na izbrani populaciji. Nadalje z μ označimo njeno **pričakovano vrednost**, tj. $\mu = E(X)$ (le-ta predstavlja tudi povprečje te lastnosti na celotni populaciji). Predpostavimo, da je **razpršenost** $D(X)$ omejena (spomnimo se, da je razpršenost definirana kot $E(X^2) - \mu^2$, njenemu pozitivnemu korenu pa pravimo **standardni odklon** in ga označimo s σ , torej je tudi $\sigma < \infty$). **Naš cilj je oceniti parameter μ .** V ta namen izberemo *naključni* vzorec (x_1, \dots, x_n) , $n \geq 30$. Potem se slučajna spremenljivka \bar{X} , ki sledi vzorčnemu povprečju \bar{x} , po CLI porazdeljuje normalno, tj.

$$\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

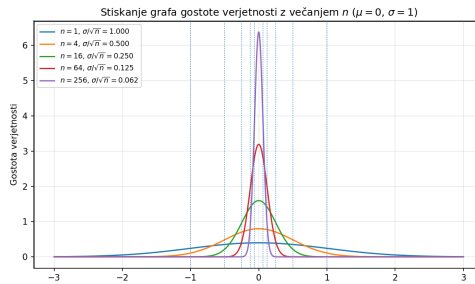
če preciziramo še parametra te normalne porazdelitve (ki jih ni težko izračunati).

Kadar je vzorec binarni vektor, ki z $x_i = 1$ zabeleži, ali ima i -ti element vzorca lastnost X , predstavlja pričakovana vrednost μ **delež**, tj. število $\pi \in [0,1]$ vseh elementov populacije z lastnostjo X , razpršenost pa je v tem

primeru $\sigma^2 = \pi(1 - \pi)$ je očitno omejena:

$$\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(\pi, \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}\right).$$

Za končno razpršenost σ^2 , je končna tudi pričakovana vrednost μ , razpršenost vzorčnega povprečja pa pada z večanjem vzorca (tj. n) proti 0. To v nekem smislu pomeni, da z večanjem n stiskamo normalno krivuljo “za vrat”. V resnici jo z večanjem n stiskamo v obeh točkah prevoja, ki sta od premice $x = \mu$ oddaljeni za σ/\sqrt{n} . Vendar je ploščina pod normalno krivuljo



vedno 1, zato gre porazdelitev vzorčnega povprečja \bar{X} (tj. vzorčnega deleža v primeru deleža) h konstantni porazdelitvi, tj. $\bar{X} \rightarrow \mu$ oz. π z verjetnostjo, ki se približuje 1 (po pravilu 68–95–99,7, predstavljenemu s sliko pri Karlu Pearsonu). To pa pomeni, da je \bar{x} v smislu verjetnosti zelo dobra ocena za pričakovano vrednost μ (oz. delež π), iz katere se hitro izpelje formula za interval zaupanja.

LITERATURA

- [1] J. Champkin, *Timeline of Statistics* (<https://significancemagazine.com/the-timeline-of-statistics-2/>), ASA (American Statistical Association) & RSS (Royal Statistical Society) *Significance Magazine*, January 2014. Plakat (<https://www.statsref.com/timeline.pdf>) je oblikoval T. Fryer pri Sparks Publishing Services.
- [2] R. Jamnik, *Verige in procesi Markova*, *OMF* **6**/2 (1957-58), 49–55.
- [3] R. Jamnik, *Verjetnostni račun*, Matematika – Fizika 3, MK, Ljubljana, 1971
- [4] R. Jamnik, *Matematična statistika*, Ljubljana, DZS 1979
- [5] A. Likar, *Galtonova plošča*, *Presek* **50**/3 (2022/23), 10–13.
- [6] A. Mohorič, *Janez Strnad - 80-letnik*, (rubrika Vesti), *OMF* **61**/2 (2014), 76–77.
- [7] M. Perman, *Centralni limitni izrek*, *OMF* **40**/5 (1993), 144–154.
- [8] T. Tao, *Topics in random matrix theory*, Graduate studies in mathematics **132**, AMS, 2012 (*Animated proof od CLT*). (<https://www.youtube.com/watch?v=oPQ4mNcqY7k>)
- [9] M. Vencelj, *Pierre-Simon Laplace (1749-1827) – ob 250-letnici rojstva*, *Presek* **26**/4 (1998/99), 213–217.
- [10] M. Vencelj, *Carl Friedrich Gauss – ob 150-letnici smrti*, *Presek* **32**/4 (2004/05), 5–8.
- [11] *Ustanovitelji statistike* (https://en.wikipedia.org/wiki/Founders_of_statistics) in *Časovnica verjetnosti in statistike* (https://en.wikipedia.org/wiki/Timeline_of_probability_and_statistics), Wikipedia (dostopano 27. okt. 2025)

ROJNI OSCILATORJI: POVEZAVA MED SINHRONIZACIJO IN KOLEKTIVNIM GIBANJEM

IGOR MENDEK, UROŠ BARAČ, MARKO GOSAK

Oddelek za fiziko, Fakulteta za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru

Ključne besede: rojilatorji, sinhronizacija, kolektivno gibanje, nelinearna dinamika, samoorganizacija

Sinhronizacija in kolektivno gibanje sta med najbolj prepoznavnimi oblikami samoorganizacije v naravi. Od srčnih celic in nevronskih ritmov do rojev žuželk in jat rib ter ptic se kaže, kako iz preprostih lokalnih interakcij nastajajo globalni, urejeni vzorci. Čeprav sta bila pojma sinhronizacije in kolektivnega gibanja dolgo obravnavana ločeno, ju nov razred modelov rojnih oscilatorjev združuje v enotno dinamično ogrodje. Rojni oscilatorji so agenti z notranjo fazno dinamiko, pri katerih sta fazno usklajevanje in prostorsko gibanje dvosmerno sklopljena. Posledično fazna razlika med agenti vpliva na njihovo gibanje po prostoru, prostorska razporeditev pa določa moč faznih interakcij. Namen tega članka je sistematična predstavitev osnovnega matematičnega modela sistema rojnih oscilatorjev, njegovega obnašanja in značilnih kolektivnih dinamičnih režimov. Razložimo pomen ključnih členov in parametrov modela ter ponazorimo pestrost nastajajočih vzorcev. Poleg kvalitativnega opisa uvedemo tudi kvantitativno obravnavo z ureditvenimi parametri, ki omogočajo jasno razločevanje posameznih dinamičnih stanj. Članek je namenjen strokovni predstavitvi uveljavljenega modela, ki ponuja zanimiv vpogled v pojave samoorganizacije ter predstavlja uporabno izhodišče za študij kompleksnih in dinamičnih sistemov, tudi z didaktičnega vidika.

SWARMALATORS: THE LINK BETWEEN SYNCHRONIZATION AND COLLECTIVE MOTION

Synchronization and collective motion are among the most recognizable forms of self-organization in nature. From cardiac cells and neural rhythms to swarms of insects and flocks of fish or birds, global, ordered patterns emerge spontaneously from simple local interactions. Although synchronization and collective motion were long studied as separate phenomena, a new class of models, known as swarmalators, unifies them within a single dynamical framework. Swarmalators are agents with internal phase dynamics in which synchronization and collective motion are bidirectionally coupled. Consequently, phase differences influence spatial interactions, while spatial proximity affects the strength of phase synchronization. The purpose of this article is to provide a systematic presentation of the basic mathematical model of swarmalators, their dynamical behavior, and the characteristic collective regimes it exhibits. We explain the role of key terms and parameters of the model and illustrate the diversity of emergent dynamical patterns. In addition to qualitative descriptions, we introduce quantitative order parameters that enable a clear distinction between different dynamical states. The article is intended as a professional overview of an established model that offers valuable insight into self-organized phenomena and serves as a useful starting point for the study of complex and dynamical systems, including in a didactic context.

1. Uvod

Sinhronizacija je eden izmed temeljnih dinamičnih pojavov, ki se pojavljajo v sklopljenih sistemih. Gre za spontano uskladitev nihajočih ali periodično delujočih enot, ki med seboj izmenjujejo informacije ali vplive. Ta pojav je izjemno razširjen — od bioloških sistemov, kjer na primer miokardne celice utripajo usklajeno in tako omogočajo pravilno delovanje srca [1], do populacij nevronov, ki z usklajenim proženjem ustvarjajo možganske ritme [2]. Znan in slikovit primer so tudi kresničke, ki v določenih okoljskih pogojih spontano utripajo v skupnem ritmu [3]. V tehnološkem svetu sinhronizacijo srečamo v laserjih, ki delujejo na principu fazno sklopljenih nihanj fotonov [4], medtem ko elektroenergetska omrežja zahtevajo ohranjanje sinhronnega delovanja številnih generatorjev, da sistem ostane stabilen [5]. Podobne oblike kolektivne uskladitve se pojavljajo tudi v družbenih kontekstih, na primer pri ritmičnem ploskanju množice, ki se spontano sinhronizira brez zunanjega vodje [6]. Zaradi izjemne razširjenosti in univerzalnosti je sinhronizacija postala eno od ključnih področij raziskav v teoriji nelinearnih sistemov. Od prvih formalnih opisov, ki sta jih oblikovala Winfree [7] in Kuramoto [8], do sodobnih pristopov, ki vključujejo kompleksna omrežja [9], stohastične in kvantne vplive ter multistabilnost in delno sinhronizacijo [10], se raziskave osredotočajo na razumevanje pogojev, pod katerimi iz lokalnih interakcij izhajajo globalno urejeni vzorci.

Podoben pristop, ki združuje fizikalne modele in biološka opažanja, se je uveljavil tudi pri raziskovanju kolektivnega gibanja živih organizmov po prostoru. Jate rib, ptic in roji žuželk predstavljajo naravne primere sistemov, kjer iz lokalnih pravil interakcij nastajajo globalno urejene strukture. Pri tem posamezni gradniki upoštevajo osnovna načela: ohranjanje razdalje, poravnava smeri in privlačnost do bližnjih sosedov, kar vodi do stabilnih in samoorganiziranih vzorcev gibanja [11]. Ti vzorci omogočajo učinkovito izmikanje plenilcem, organiziranost v prostoru, optimizacijo porabe energije [12] ter učinkovito vodenje. V zadnjih letih so napredne metode, kot so tridimenzionalno sledenje posameznih osebkov, računalniške simulacije agentnih modelov in analiza faznih prehodov v večdelčnih sistemih, omogočile kvantitativno proučevanje teh pojavov [13]. Ugotovitve s področja kolektivne dinamike so se izkazale za uporabne tudi v tehnoloških in inženirskih aplikacijah – od koordinacije avtonomnih robotov in optimizacijskih algoritmov do upravljanja prometa in distribucije energije [14].

Sinhronizacijo in kolektivno gibanje lahko razumemo kot dva komplementarna vidika samoorganizacije: prvo opisuje usklajevanje notranjih faz, drugo pa prostorsko ureditev in skupno gibanje agentov. Naravno vprašanje

je, kaj se zgodi, ko imajo enote v roju hkrati notranjo oscilatorno dinamiko in se med seboj prostorsko preurejajo, pri čemer sta faza in lega dvosmerno sklopljeni. Takšna povezava vodi do novega razreda dinamičnih modelov, imenovanih rojni oscilatorji [15]. V nadaljevanju bomo zanje uporabljali izraz rojilator, ki je sestavljen iz besed roj (angl. swarm) in oscilator, kot slovenski ustreznik za angleški termin swarmalator. V pričujočem članku predstavimo osnovni matematični model rojilatorjev. Najprej uvedemo njegov matematični formalizem ter nazorno prikažemo pestrost dinamičnih režimov, ki jih tak sistem lahko vzpostavi. Poleg vizualizacije teh vzorcev pokažemo tudi, kako jih je mogoče kvantitativno ovrednotiti z ustreznimi ureditvenimi parametri, kar omogoča jasnejše razumevanje prehodov med posameznimi stanji in mehanizmov, ki vodijo do njihovega nastanka. Članek je zasnovan kot strokovna in didaktično usmerjena predstavitev modela, ki lahko služi kot izhodišče za spoznavanje tovrstnih sistemov ter njihovo morebitno vključitev v predmete s področja kompleksnih in dinamičnih sistemov.

2. Opis modela sistema rojilatorjev

Za začetek najprej spomnimo na klasični model Kuramoto fazno sklopljenih oscilatorjev, ki predstavlja eno temeljnih izhodišč pri proučevanju sinhronizacije. V tem modelu se faze θ_i , ki opisujejo notranja stanja oscilatorjev, razvijajo po enačbi [8]:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_j - \theta_i), \quad (1)$$

kjer ω_i označuje lastno frekvenco posameznega oscilatorja, K jakost faze sklopitve, N pa število oscilatorjev. Model opisuje prehod iz asinhronnega v sinhronizirano stanje kot posledico globalne fazne interakcije.

Model sistema rojilatorjev predstavlja razširitev Kuramotovega pristopa, saj fazni dinamiki doda prostorsko stopnjo. Posamezen rojilator je tako opisan z lego x_i in fazo θ_i , pri čemer fazna razlika vpliva na prostorsko gibanje, prostorska porazdelitev pa povratno na fazno dinamiko. Takšna dvosmerna sklopitev vodi do bistveno bogatejših kolektivnih vzorcev, kot jih poznamo iz klasičnih modelov sinhronizacije. Na splošno lahko razvoj sistema rojilatorjev zapišemo s sistemom enačb [16]:

$$\dot{x}_i = v_i + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[I_{\text{att}}(x_j - x_i) F_{\text{att}}(\theta_j - \theta_i) - I_{\text{rep}}(x_j - x_i) F_{\text{rep}}(\theta_j - \theta_i) \right], \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N H(\theta_j - \theta_i) G(x_j - x_i), \quad (3)$$

kjer je N velikost populacije, ω_i lastna frekvenca in v_i lastna hitrost i -tega rojilatorja. Funkciji I_{att} in I_{rep} opisujeta prostorsko privlačnost in odbojnost, funkciji F_{att} in F_{rep} pa vpliv fazne usklajenosti na ti dve interakciji. Funkcija H opisuje fazno interakcijo, medtem ko funkcija G določa, kako prostorska razporeditev vpliva na fazno usklajevanje.

V nadaljevanju obravnavamo identične rojilatorje, zato privzamemo, da velja $\omega_i = \omega$ in $v_i = v$. Z ustrezno izbiro referenčnega sistema lahko brez izgube splošnosti postavimo $\omega = v = 0$. Splošni zapis enačb (2) in (3) omogoča širok razred možnih interakcij med rojilatorji. Za nadaljnjo analizo se omejimo na minimalno izbiro sklopitvenih funkcij, ki ohranja bistvene lastnosti sistema, hkrati pa omogoča jasen vpogled v izvor kolektivnih vzorcev. V praksi to pomeni, da v enačbah (2) in (3) izberemo konkretne funkcije za I_{att} , F_{att} , I_{rep} , F_{rep} , H in G , pri čemer sledimo formalizmu kanoničnega modela, kot je predstavljen v originalnem delu [15].

Za prostorsko dinamiko privzamemo privlačno interakcijo, ki prevladuje na večjih razdaljah, ter odbojnost, ki prevladuje pri majhnih razdaljah. Ta standardna izbira za modele rojenja zagotavlja prostorsko stabilnost. Vpliv fazne dinamike na prostorsko gibanje upoštevamo z modulacijo privlačnega člana s kosinusom fazne razlike, tako da fazno usklajeni rojilatorji medsebojno delujejo obratno kot fazno neusklajeni. S tem zajamemo osnovno idejo, da fazna informacija vpliva na kolektivno prostorsko organizacijo. Pri fazni dinamiki privzamemo sinusno obliko fazne sklopitve, analogno modelu Kuramoto, pri čemer je interakcija obtežena z razdaljo med rojilatorji. Tako bližnji rojilatorji prispevajo več k faznemu usklajevanju od oddaljenih, kar vzpostavi povratno zvezo med prostorsko razporeditvijo in fazno dinamiko.

Ob teh predpostavkah dobimo kanonični model sistema rojilatorjev, ki predstavlja najpreprostejšo obliko sistema z dvosmerno sklopljeno fazno in prostorsko dinamiko [15]:

$$\dot{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[\frac{x_j - x_i}{|x_j - x_i|} (1 + J \cos(\theta_j - \theta_i)) - \frac{x_j - x_i}{|x_j - x_i|^2} \right], \quad (4)$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \frac{\sin(\theta_j - \theta_i)}{|x_j - x_i|}, \quad (5)$$

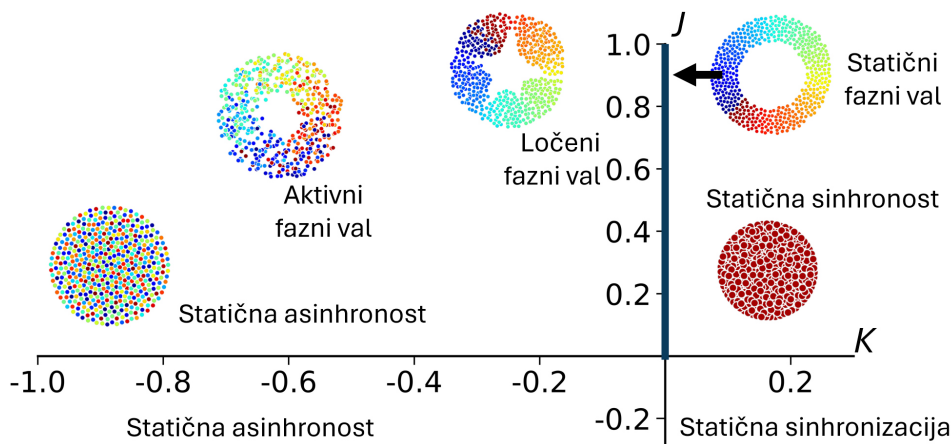
kjer je J novo uvedeni parameter sklopitve med fazo in prostorskim gibanjem, parameter K pa določa jakost fazne sklopitve (analogno modelu Kuramoto). Kljub svoji minimalnosti pa model še vedno izkazuje bogato paleto kolektivnih stanj, ki jih bomo v nadaljevanju podrobneje analizirali.

3. Dinamični vzorci sistema rojilatorjev

Čeprav model sistema rojilatorjev vključuje le dva parametra, ki nadzorujeta fazno sklopitev (K) in prostorsko interakcijo (J), ter le dve neodvisni dinamični spremenljivki, lego x_i in fazo θ_i , je obnašanje sistema presenetljivo kompleksno. Ključni razlog za to je medsebojna prepletenost faze in lege ter globalna narava interakcij, kjer vsak rojilator čuti vpliv vseh ostalih. Dvosmerna povezanost med prostorsko dinamiko in faznim usklajevanjem pa vodi tudi do tega, da lahko že majhne spremembe parametrov povzročijo kvalitativno različna kolektivna stanja. Na sliki 1 so podana glavna stanja, ki se vzpostavijo pri različnih kombinacijah parametrov J in K . Vsako od teh stanj je v nadaljevanju natančneje opisano in podprto z vizualnimi prikazi, predstavljenimi na sliki 2.

Statična sinhronost predstavlja stanje, v katerem se rojilatorji prostorsko stabilizirajo v kompaktno skupino oziroma v jasno definiran roj. V tem stanju so faze posameznih rojilatorjev usklajene, kar je posledica visoke globalne sinhronizacije. Prostorska konfiguracija je običajno simetrična in homogena. Skupek ostaja stabilen skozi čas. Takšna dinamika je značilna za sisteme s pozitivnimi vrednostmi parametra K , pri čemer pozitiven J dodatno pospeši prostorsko združevanje, saj fazna sinhronizacija okrepi privlačne prostorske interakcije. V končnem stanju je tako značilna popolna fazna homogenost kot tudi radialno urejena kompaktna prostorska struktura. V prvi vrstici slike 2 je prikazana evolucija takšnega sistema, kjer se rojilatorji po kratkem prehodnem obdobju ustalijo v prostoru in v fazah.

V stanju *statične asinhronosti* se rojilatorji enakih faz prostorsko ne zblížajo, temveč so naključno razpršeni znotraj krogelnega roja. Faze so neuskklajene in pokrivajo celoten interval $[0, 2\pi)$, kar pomeni, da ni prisotna globalna sinhronizacija. Običajno se pojavi pri negativnih vrednostih parametrov J in K , kjer fazna podobnost lahko vodi do odbojnosti med rojilatorji s podobnimi fazami. V tem primeru sistem preide v statično, vendar fazno popolno heterogeno strukturo. Evolucija takšnega sistema je

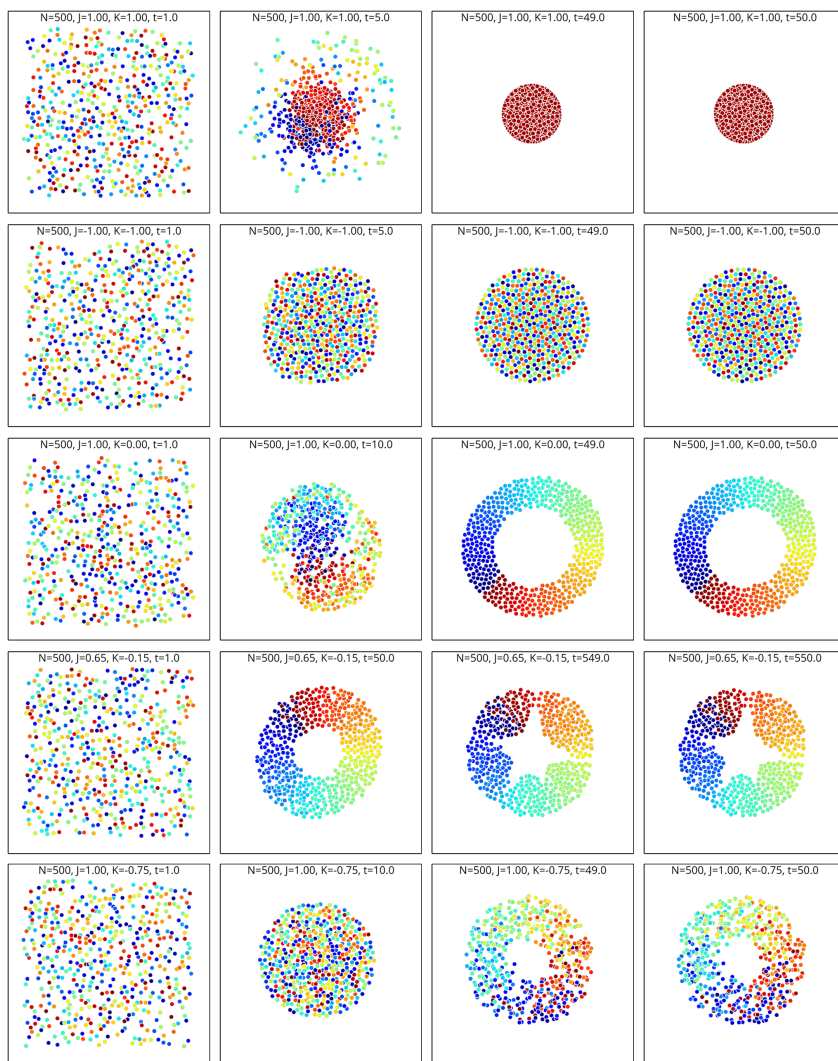


Slika 1. Dinamični vzorci rojilatorjev pri različnih vrednostih parametra sklopitve med fazo in prostorskim gibanjem J in parametra fazne sklopitve K , povzeto po [16]. Na grafu so s primeri konfiguracij označena območja v parametričnem prostoru, kjer se pojavljajo značilni kolektivni režimi. Meja med območjem statične sinhronizacije in ločenim faznim valom je jasno določena; na njej se pojavi statični fazni val. Pri prehodih med drugimi dinamičnimi vzorci, kot na primer med aktivnim faznim valom in statično asinchronostjo, se lastnosti režimov zvezno spreminjajo, zato njihova meja na grafu ni prikazana kot ostra ločnica.

ponazorjena v drugi vrstici slike 2. Barvna razpršenost točk kaže na popolno odsotnost fazne urejenosti kljub stabilnosti prostorske strukture.

Statični fazni val ponazarja režim, kjer se rojilatorji ne gibljejo po prostoru, medtem ko njihove faze tvorijo prostorsko urejeno, periodično razporeditev. Takšno stanje se pojavi pri pozitivnih vrednostih parametra J in ničelni fazni sklopitvi ($K = 0$), ko ni usklajevanja faz. Prostorska razporeditev rojilatorjev ostane stabilna, rojilatorji pa se glede na njihove faze uredijo v prostorsko zaklenjeno krožno strukturo, ki predstavlja vmesni režim med popolno sinhronizacijo in asinchronostjo. Evolucija tega stanja, kjer se razvije značilna kolobarna oziroma mavrična fazna struktura, je ponazorjena v tretji vrstici slike 2.

Ločeni fazni val je stanje, v katerem se statični fazni val razdeli na več prostorsko ločenih skupin ali podrojev. Te skupine ohranjajo prostorsko ločenost, medtem ko faze znotraj posameznih skupin ostanejo medsebojno usklajene. Hkrati se ohrani globalna valovna fazna struktura, ki poteka prek celotnega sistema. Takšno stanje se pojavi pri pozitivnih vrednostih parametra J in negativnih vrednostih parametra K . V četrti vrstici slike 2 je podana evolucija takšnega sistema. Možno je razbrati prostorsko ločene skupine oziroma roje, ločene glede na notranje faze, ki pa so znotraj rojev



Slika 2. Evolucija sistema, ki je sestavljen iz $N = 500$ rojilatorjev. V prvi vrstici je sistem, ki glede na vrednosti parametrov $J = 1$ in $K = 1$ konča v stanju statične sinhronosti. V drugi vrstici je sistem z vrednostmi parametrov $J = -1$ in $K = -1$, ki konča v stanju statične asinhronosti. V tretji vrstici je sistem v režimu statičnega faznega vala z vrednostmi parametrov $J = 1$ in $K = 0$. V četrti vrstici sistem v stanju ločenega faznega vala ($J = 0.65$ in $K = -0.15$) ter v zadnji vrstici v stanju aktivnega faznega vala ($J = 1$ in $K = -0.75$). V vsaki vrstici so podani štiri prikazi, za različne časovne intervale. Začetna stanja v prvi koloni so pri času $t_0 = 1$. Iz teh je razvidna naključnost v začetnih pogojih lege in faze. Prikazi v drugi koloni prikazujejo vmesna tranzitna stanja. Zadnja dva grafa v vsaki vrstici prikazujeta stanje sistema, ko je že bilo doseženo končno stanje.

usklajene.

Aktivni fazni val je stanje, kjer rojilatorji ustvarjajo rotirajoče fazno-prostorske strukture, pri čemer se rojilatorji aktivno premikajo skozi prostor. Pri tem krožijo okoli skupnega središča in to pogosto tudi v nasprotnih smereh. Ob tem se ohrani globalni fazni val. Ta režim nastane pri izbrani kombinaciji pozitivnih vrednosti parametra J in negativnih vrednostih parametra K . Zaradi sklopitve med prostorsko in fazno dinamiko pride do pojavov, kot so rotirajoči obroči, potujoče fazne fronte in kolektivna gibanja. Strukture so v času obstojne, faze pa niso statične, temveč se neprekinjeno razvijajo. Prikaz razvoja k tovrstni strukturi je ponazorjen v zadnji vrstici slike 2.

4. Kvantitativno vrednotenje obnašanja rojilatorjev

V tem poglavju preidemo iz kvalitativnega opisa dinamičnih stanj sistema rojilatorjev k njihovim kvantitativnim karakteristikam. Namen je predstaviti objektivno merjenje in primerjavo različnih stanj, kot so popolna sinhronizacija, delna sinhronizacija, asinhrono stanje, fazni val in ločen fazni val. Uvedemo tri ureditvene parametre, ki zajamejo ključne vidike njihove kolektivne urejenosti: fazno sinhronizacijo, prostorsko-fazno korelacijo oziroma mavrično urejenost (angl. rainbow order) in prostorsko aktivnost. Ti parametri skupaj omogočajo celovit vpogled v dinamiko sistema ter zanesljivo ločevanje med različnimi režimi.

Fazna sinhronizacija je merjena s klasičnim ureditvenim parametrom, kot ga je uvedel Kuramoto in je definiran kot [8]:

$$Re^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j}, \quad (6)$$

kjer je R ureditveni parameter, ki meri stopnjo sinhronizacije, in ψ povprečna faza skupine. Vrednost $R \in [0, 1]$ meri stopnjo fazne urejenosti. $R = 1$ pomeni popolno sinhronizacijo, kjer so faze praktično identične, in $R = 0$ označuje asinhrono stanje z naključno porazdeljenimi fazami. Parameter je občutljiv izključno na usklajenost faz in ne zazna prostorskih struktur, zato ga uporabljamo predvsem za zaznavanje sinhronih stanj.

Mavrični ureditveni parameter meri korelacijo med fazo in lego [16]. Vsakemu rojilatorju določimo njegov prostorski polarni kot $\phi_j = \text{atan2}(y_j, x_j)$, nato pa uvedemo dva možna korelacijska parametra S_+ in S_- :

$$S_+ = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i(\theta_j - \phi_j)} \right|, \quad S_- = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i(\theta_j + \phi_j)} \right|. \quad (7)$$

Ker se fazni val lahko pojavi v dveh zrcalnih orientacijah, končni ureditveni parameter določimo kot:

$$S_{\max} = \max(S_+, S_-). \quad (8)$$

Visoke vrednosti $S_{\max} = 1$ pomenijo izrazito mavrično urejenost, kjer je faza deterministično odvisna od prostorskega kota. Majhne vrednosti $S_{\max} = 0$ pa označujejo odsotnost prostorsko-fazne strukture. Parameter tako loči fazne valove od sinhronih in asinhronih stanj.

Tretji ureditveni parameter γ vrednoti *prostorsko aktivnost* oziroma krožno gibanje rojilatorjev [16]. Definiran je kot delež rojilatorjev, ki v danem časovnem intervalu opravijo vsaj en poln obhod okoli izhodišča. Za vsak rojilator izračunamo neto spremembo prostorskega kota kot:

$$\Delta\phi_j = \sum_n (\phi_j(t_n) - \phi_j(t_{n-1})). \quad (9)$$

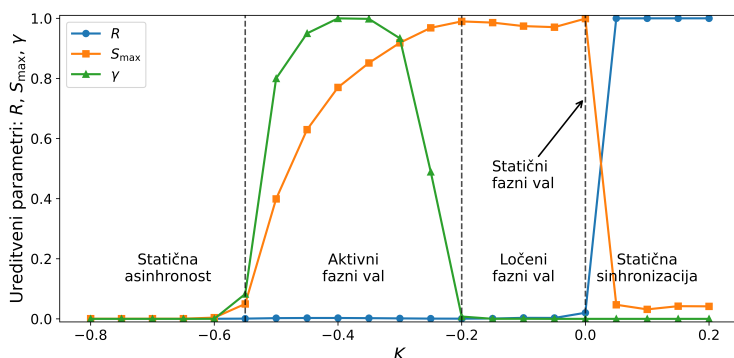
Za aktivnega označimo rojilator, ki izpolni pogoj $|\Delta\phi_j| > 2\pi$. Skupni ureditveni parameter dobimo kot:

$$\gamma = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \begin{cases} 1, & |\Delta\phi_j| > 2\pi \\ 0, & \text{ostali} \end{cases}. \quad (10)$$

Velike vrednosti γ označujejo kolektivno orbitalno gibanje, značilno za aktivni fazni val, medtem ko $\gamma = 0$ pomeni bodisi statične strukture bodisi odsotnost urejenosti.

Na sliki 3 so prikazani vsi trije ureditveni parametri kot funkcija parametra fazne sklopitve K pri izbrani vrednosti parametra sklopitve med fazo in prostorskim gibanjem $J = 0.5$. Za močno negativne vrednosti K so vsi parametri blizu nič, kar odraža odsotnost fazne in fazno-prostorske urejenosti ter odsotnost prostorskega orbitalnega gibanja. Faze so naključno porazdeljene, korelacije z lego ni. Z naraščanjem K se pri približno $K > -0.55$ začne pojavljati izrazito povečanje prostorsko-fazne urejenosti in s tem rast parametrov prostorske kompaktnosti $S_{\max} \rightarrow 1$ in $\gamma \rightarrow 1$, medtem ko $R = 0$ ostane nizek. To območje ustreza aktivnemu faznemu valu, kjer rojilatorji tvorijo stabilno fazno-prostorsko strukturo, ki kroži okoli izhodišča. Pri nekoliko višjih vrednostih, okoli $K \approx -0.2$, parameter γ pade na nič, kar označuje konec aktivnega in začetek ločenega faznega vala. V tem območju se S_{\max} rahlo zniža, vendar ostane visok blizu vrednosti 1. Ta režim se kaže kot manjša depresija v krivulji S_{\max} , saj je globalna mavrična struktura še vedno prisotna, vendar se roj razdeli v več šibko povezanih fazno-urejenih skupin. Ti segmenti se med seboj rahlo razmaknejo, kar zmanjša prostorsko-fazno korelacijo, a ne uniči povsem valovne strukture. Pri $K = 0$ sistem

preide v območje statičnega faznega vala. V tem območju S_{\max} zraste na 1, kar kaže, da se mavrični vzorec v popolnosti vzpostavi. Za pozitivne vrednosti $K > 0$ sistem preide v režim statične sinhronizacije, za katero je značilna popolna fazna usklajenost ($R = 1$). Ob tem prostorsko-fazna korelacija izgine, parameter S_{\max} pade na nizko vrednost. Skladen potek vseh treh ureditvenih parametrov jasno razkrije zaporedje kolektivnih režimov ter omogoča zanesljivo identifikacijo in kvantitativni opis urejenosti v sistemih rojilatorjev.



Slika 3. Prikaz ureditvenih parametrov v odvisnosti od jakosti fazne sklopitve K pri fiksni prostorski sklopitvi $J = 0.5$. Na grafu so prikazani parameter fazne sinhronizacije R , mavrična prostorsko-fazna korelacija S_{\max} in prostorska aktivnost γ . Navpične črte označujejo meje med različnimi dinamičnimi režimi rojilatorjev. Od desne proti levi so razvidna naslednja stanja: statična sinhronizacija, statični fazni val, ločeni fazni val, aktivni fazni val in statična asinhronost.

5. Zaključek

Rojilatorji predstavljajo sodoben koncept v proučevanju samoorganiziranih sistemov, saj združujejo dve ključni obliki kolektivnega vedenja: fazno sinhronizacijo in prostorsko urejenost. V tem članku smo predstavili osnovni matematični model sistema rojilatorjev, ki so ga prvotno leta 2017 opisali O’Keeffe s sodelavci [15], ter razložili pomen posameznih členov in parametrov ter ponazorili značilne dinamične vzorce, ki se pojavijo pri različnih kombinacijah jakosti parametra sklopitve med fazo in prostorskim gibanjem (J) in jakosti parametra fazne sklopitve (K). Pokazali smo, kako sistem, čeprav temelji le na dveh neodvisnih spremenljivkah, legi in fazi, ter le dveh parametrih, lahko ustvari presenetljivo bogat nabor kolektivnih stanj, od popolne sinhronizacije in statične asinhronosti do kompleksnih faznih valov in ločenih faznih struktur.

Raziskave rojilatorjev danes predstavljajo hitro razvijajoče se raziskovalno področje na presečišču nelinearne dinamike, teorije kompleksnih sistemov in agentnega modeliranja. Sodobni prispevki se ne osredotočajo več zgolj na osnovni model, temveč razširjajo njegovo uporabnost ter raziskujejo vpliv dodatnih mehanizmov. Med njimi so pomen heterogenosti, zunanjega vzbujanja, vpliv stohastičnih perturbacij, interakcij višjih redov, kiralnosti in časovno se spreminjajočih ali adaptivnih interakcij. Ti pristopi odpirajo nova vprašanja o robustnosti, faznih prehodih, emergentnih strukturah in stabilnosti kolektivnih režimov ter predstavljajo zanimive izzive za prihodnje raziskave.

Številna kolektivna stanja, ki jih napoveduje model rojilatorjev, se ne pojavljajo zgolj v simulacijah, temveč imajo jasne vzporednice v realnih sistemih. Strukture, kot so fazni valovi, delna ali popolna fazna sinhronizacija, spominjajo na kolektivno dinamiko v sistemih aktivne snovi v naravnih sistemih, kjer prihaja do rojenja gradnikov. Primeri vključujejo koordinirano valovno gibanje skupin spermijev [17], sinhrono gibanje kolonij mikroorganizmov [18], ter prisilno usklajevanje aktivnih koloidov, vključno z Janusovimi delci, kjer medfazne interakcije vodijo do prostorskih struktur in faznih rotacij [19]. Zanimivo je, da se model rojilatorjev lahko uporablja tudi za opis vedenja v družbenih sistemih. Primer nedavne študije kolektivnega vedenja na plesišču [20] kaže, da lahko ljudje pri glasbeni stimulaciji spontano preidejo v vzorce usklajenega gibanja, ki močno spominjajo na dinamične režime rojilatorjev, vključno s krožnimi faznimi valovi, lokalnimi sinhronimi grupiranjem in prehodi med stanji.

Poleg raziskovalne vrednosti ima model rojilatorjev tudi izrazit didaktični potencial. Zaradi svoje preprostosti, a hkrati bogate dinamike, je idealen primer za demonstracijo samoorganiziranih sistemov v izobraževanju o kompleksnosti, aktivni materiji in nelinearnih sistemih. Bralci lahko dinamiko rojilatorjev preizkusijo tudi sami prek interaktivnega spletnega prikaza <https://www.complexity-explorables.org/explorables/swarmalators/>, ki omogoča intuitivno raziskovanje vpliva parametrov na emergentne fazne strukture.

LITERATURA

- [1] I. Nitsan, S. Drori, Y. E. Lewis, S. Cohen in S. Tzliil, “Mechanical communication in cardiac cell synchronized beating”, *Nature Physics* **12** (2016), 472–477, doi: 10.1038/nphys3619.
- [2] T. Womelsdorf, J.-M. Schoffelen, R. Oostenveld, W. Singer, R. Desimone, A. K. Engel in P. Fries, “Modulation of neuronal interactions through neuronal synchronization”, *Science* **316** (2007), 1609–1612, doi: 10.1126/science.1139597.
- [3] E. Buck in J. Buck, “Synchronous Fireflies”, *Scientific American* **234** (1976), 74–85.

- [4] V. V. Antyukhov, A. F. Glova, O. R. Kachurin, F. V. Lebedev, V. V. Likhanskii, A. P. Napartovich in V. D. Pis'mennyi, "Effective phase locking of an array of lasers", *JETF* **44** (1986), 63.
- [5] A. E. Motter, S. A. Myers, M. Anghel in T. Nishikawa, "Spontaneous synchrony in power-grid networks", *Nature Physics* **9** (2013), 191–197, doi: 10.1038/nphys2566.
- [6] Z. Nédá, E. Ravasz, T. Vicsek, Y. Brechet in A. L. Barabási, "Physics of the rhythmic applause", *Physical Review E* **61** (2000), 6987–6992, doi: 10.1103/PhysRevE.61.6987.
- [7] A. T. Winfree, "Biological rhythms and the behavior of populations of coupled oscillators", *Journal of Theoretical Biology* **16** (1967), 15–42, doi: 10.1016/0022-5193(67)90051-3.
- [8] Y. Kuramoto, "Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators", v: *International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics*, ur. H. Araki, Lecture Notes in Physics 39, Springer, Berlin, 1975, str. 420–422. doi:10.1007/BFb0013365.
- [9] A. Arenas, A. Diaz-Guilera, J. Kurths, Y. Moreno in C. Zhou, "Synchronization in complex networks", *Physics Reports* **469** (2008), 93–153, doi: 10.1016/j.physrep.2008.09.002.
- [10] S. Majhi, B. K. Bera, D. Ghosh in M. Perc, "Chimera states in neuronal networks: A review", *Physics of Life Reviews* **28** (2019), 100–121, doi: 10.1016/j.plrev.2018.09.003.
- [11] T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen in O. Shochet, "Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles", *Physical Review Letters* **75** (1995), 1226–1229, doi: 10.1103/PhysRevLett.75.1226.
- [12] S. J. Portugal, T. Y. Hubel, J. Fritz, S. Heese, D. Trobe, B. Voelkl, S. Hailes, A. M. Wilson in J. R. Usherwood, "Upwash exploitation and downwash avoidance by flap phasing in ibis formation flight", *Nature* **505** (2014), 399–402, doi: 10.1038/nature12939.
- [13] D. J. T. Sumpter, "The Principles of Collective Animal Behavior", *Philosophical Transactions of the Royal Society B* **361** (2006), 5–22, doi: 10.1098/rstb.2005.1733.
- [14] D. Helbing, "Traffic and related self-driven many-particle systems", *Reviews of Modern Physics* **73** (2001), 1067–1141, doi: 10.1103/RevModPhys.73.1067.
- [15] K. P. O'Keeffe, H. Hong in S. H. Strogatz, "Oscillators that sync and swarm", *Nature Communications* **8** (2017), doi: 10.1038/s41467-017-01190-3.
- [16] G. Sar in D. Ghosh, "Dynamics of swarmalators: A pedagogical review", *EuroPhysics Letters* **139** (2022), doi: 10.1209/0295-5075/ac8445.
- [17] A. Creppy, F. Plouraboué, O. Praud, X. Druart, S. Cazin, H. Yu in P. Degond, "Symmetry-breaking phase transitions in highly concentrated semen", *Journal of the Royal Society Interface* **13** (2016), doi: 10.1098/rsif.2016.0575.
- [18] A. Peshkov, S. McGaffigan in A. C. Quillen, "Synchronized oscillations in swarms of nematode *Turbatrix aceti*", *Soft Matter* **18** (2022), 1174–1182, doi: 10.1039/D1SM01572A.
- [19] J. Yan, M. Bloom, S. C. Bae, E. Luijten in S. Granick, "Linking synchronization to self-assembly using magnetic Janus colloids", *Nature* **491** (2012), 578–581, doi: 10.1038/nature11619.
- [20] P. Toiviainen, J. S. Bamford in M. R. Thompson, "Modeling dynamics on the dance floor with directional swarmalators", *Frontiers in Behavioral Neuroscience* **19** (2025), doi: 10.3389/fnbeh.2025.1534371.

NOVE KNJIGE

Michael Hurben: *The Physics of Birds and Birding.* (*Pelagic Publishing, London 2025, 246 strani.*)

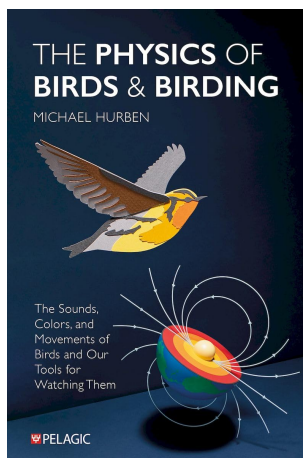
Avtor ima doktorat iz fizike. Učil je na kolidžu in bil nagrajen za pedagoško delo. Delal pa je tudi v industriji na področju visoke tehnologije. Naslov knjige je obenem spodbuda in ovira za prodajo. Ptice in opazovanje ptic so namreč v knjigi bolj ali manj postranski in »izgovor« za fizikalne razlage. Tako je knjiga primerna širšemu krogu. Bralcu pa pride prav, če je imel v preteklosti kak kurz fizike (in deloma kemije) na univerzitetni ravni.

Naslovi poglavij so recimo: V mestnem parku: gibanje, jate škorcev, magnetizem; Pri gozdnem bajerju: udarci, valovi, zvoki; Pri jezeru: sončna svetloba, odboj, lom; V opazovalnici: slike, oči, kamere; Z velike razdalje: leče, daljnogledi in teleskopi; V ekstremnih razmerah: mraz, toplota, termoregulacija; Nad tlemi: krila, vzgon, let.

Na strani 70 je amplituda nihanja ilustrirana kot dvakratnik tega, kar sicer učimo pri nas. Na strani 92 je prav tako videti zame malo drugačno razumevanje Fourierovih koeficientov.

Avtor ima spletno stran <https://legallyblindbirding.net/>, na kateri so podrobneje razloženi antirefleksni sloji leč, tudi njihov učinek pri poševnem vpadu. Prav tako je razložena zapletena znanost tako imenovanih strešnih prizem, ki jih najdemo v večini dražjih daljnogledov.

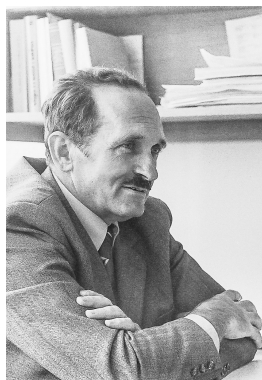
Peter Legiša



UTRINKI

Moji spomini na profesorja dr. Rajka Jamnika (1924–1983)

Rajko Jamnik se je rodil leta 1924 na Podreči blizu Zbilj, ob Savi, na robu Sorškega polja. Gimnazijo je obiskoval v Kranju, Ljubljani in med vojno v Beljaku, kjer je maturiral. Zaradi grozečega vpoklica v nemško vojsko je leta 1944 odšel v partizane. Leta 1946 se je vpisal na študij matematike na ljubljanski univerzi.



Diplomiral je leta 1950. V letih 1951–1957 je bil profesor matematike na gimnaziji v Trbovljah. Potem je postal asistent na Biotehniški fakulteti. Doktoriral je leta 1961, pod mentorstvom Ivana Vidava, z naslovom disertacije *O polnih sistemih paroma neodvisnih slučajnih spremenljivk*. Leta 1961 je postal docent, nato pa se je leta 1963 preselil na oddelek za matematiko Fakultete za naravoslovje in tehnologijo (FNT) Univerze v Ljubljani, kjer je leta 1978 postal redni profesor. Predaval je tudi na tretji stopnji Biotehniške fakultete (BTF), Ekonomske fakultete (EF) in Visoke šole za telesno kulturo.

Profesorja Rajka Jamnika sem spoznal že v srednji šoli. Čeprav je takrat že bil docent na univerzi, je na Šubičevi gimnaziji imel okoli leta 1966 ali 1967 večerni tečaj verjetnostnega računa za srednješolce. Takoj na začetku je povedal, da bo na koncu tečaja izpit. Zato smo stvar jemali resno. Zanimivo je, da se je tečaja udeležila moja sošolka Darja Grafenauer, odličnjakinja (kasneje je postala zgodovinarica, kot njen oče Bogo), ki je oceno prav dobro imela le pri matematiki. Na izpitu smo se ona, jaz in še več drugih dobro odrezali. Najboljšim je predavatelj razdelil nagrade: knjige iz zbirke Sigma. Darja je potem dobila samozavest in je odtlej tudi pri matematiki imela petico. To je bila seveda zasluga odličnih Jamnikovih predavanj.

Kasneje sem kot predstojnik Oddelka prav na osnovi njegovega zgleda zahteval, da imajo tečaji računalništva za šolnike na koncu izpit. Izobraževanja brez preverjanja znanja so navadno veliko zapravljanje časa, truda predavateljev in denarja. V gimnaziji sem kot neobvezen predmet pol leta imel staro grščino. Poslušalcev, ki so prišli seveda predvsem po želji staršev, je bilo veliko. Ker pa ni bilo izpita, se večina ni trudila in je bil efekt za vse bistveno manjši. Podobno je bilo že leta prej pri angleščini v Pionirskem domu. Nepozabna Katja Ogrin je odlično učila skupino, v kateri je bilo več otrok družbene smetane. Nekateri med njimi se niso prav nič trudili, ker ni bilo izpitov. (Eden od teh je bil kasneje nadvse uspešen pri privatizaciji

podjetij.) Tako smo bili na škodi tudi bolj prizadevni, ker se je napredek zelo upočasnil. Rajko Jamnik je to dobro razumel.

Profesor Jamnik mi je predaval Analizo II (3/2 v tretjem in četrtem semestru). Ta predmet smo poslušali skupaj s fiziki. Govoril je brez zapiskov, jasno in pregledno in lepo pisal po tabli. Na predavanjih smo so morali podpisovati na listo prisotnosti. Marko Razpet se spomni, da je Jamnik enkrat ugotovil podpis več, kot je bilo ljudi v predavalnici. To je profesorja pošteno razjezilo in je preveril, kdo je neupravičeno na seznamu. Šele nedavno mi je profesor Anton Suhadolc povedal, da je Niko Prijatelj pritiskal na Jamnika, da bi ciklično imela Analizo I in II, a do tega ni prišlo.

V petem in šestem semestru nam je Jamnik predaval predmet Verjetnostni račun in statistika (3/2). Skupaj z nami so poslušali študenti matematike zadnjega letnika. Verjetnost mi je bila všeč, ker sem jo deloma poznal že od prej. Statistiki pa je bilo odmerjeno bolj malo prostora čisto na koncu. Profesor nam je razložil teoretične osnove statistike. Kasneje so me znanci in prijatelji pogosto nadlegovali z vprašanji iz statistike, pa nisem mogel kaj dosti pomagati. Praktična statistika je tudi velika zbirka receptov in za to takrat na predavanjih in na vajah ni bilo časa. (Nekajkrat mi je pomagal Milan Hladnik, ki se je na statistiko spoznal veliko bolje.)

Profesor Jamnik je zase dejal, da je agnostik. V zrelih letih je začel hoditi v hribe, kar je preraslo v pravo strast. Živel je v gornjem delu Medvod (Svetje) in če ni bilo dosti časa ali lepega vremena, je šel na bližnji Osovnik: 858 metrov n.v. Še raje pa je šel v prave gore. Kot matematik je z uporabo zemljevidov skrbno sešteval prehojeno višinsko razliko in vodil letno statistiko. Če se prav spomnim, je Rajko Jamnik v enem letu prehodil 130 km višinske razlike. Ko je bilo lepo vreme, je že na fakulteti pogledoval skozi okno in govoril, da je danes primeren dan za v planine. Včasih je hodil z bratom ali s kom drugim, denimo z matematikom Gabrijelom Tomšičem, večkrat pa kar sam.

Okrog leta 1981 sta me prijatelja Jožef Pretnar in Bojan Čerček, oba zdravnika, povabila na vzpon na Montaž ali Poliški Špik, z 2753 metrov drugi najvišji vrh v Julijskih Alpah. Prenočili smo v planinski koči na 1660 metrov, nagnjeni na skupnih ležiščih kot sardine v konzervi. Naslednje jutro smo šli po ferati. V Italiji to pomeni, da so kovinski oprijemi le tam, kjer brez njih navaden smrtnik ne bi prišel naprej. Po krajšem plezanju in hoji smo prišli do približno 60 metrov visoke skoraj navpične lestve. Po njej smo se povzpeli brez varovalne opreme, brez čelad. Zelo so nas opozarjali, naj ne prožimo kamenja. Občasno so vseeno leteli kamenčki, ki pa me na srečo niso zadeli. Če bi mi kdo vse to prej povedal, bi doma vzal čelado civilne zaščite. Še bolj tvegano je bilo više, kjer je z ozke police nad prepadno severno steno očitno nekaj prej odpadel velik kos in je bilo treba narediti dolg korak čez praznino, brez kakršnekoli možnosti za oprijem.

Razgled z vrha na verigo bližnjih, le malo nižjih Špikov, je bil čudovit.

Vračali smo se po dokaj normalni stezi, ki bi jo seveda lahko uporabili tudi za vzpon. Prijatelj, ki sta me zvelkla v to, sta potem namignila, da je bila ferata tudi zanju kar stresna.

Rajko Jamnik je slišal za ta podvig in me je spraševal po podrobnostih, ker je nameraval prvič na Montaž. Čez kaka dva tedna me je ustavil in rekel: "Ja, kaj ste pa dramatizirali! Zadeva sploh ni tako huda." Portal hribi.net za ferato danes pravi: "Zelo zahtevna označena pot. Priporočena oprema: čelada, komplet za samovarovanje." Nad severno steno takrat tudi to ne bi pomagalo.

Septembra 1983 se je razširila vest, da so profesorja Jamnika našli mrtvega v Karavankah, pod Kepo (2143 m). Planinaril je sam in naj bi bil tam že večkrat prej. Nekateri so ugibali, da so ga morda ustrelili graničarji, saj je to bil obmejni pas, z omejenim gibanjem. Svojeci niso želeli obdukcije, tako da vzrok smrti ostaja po mojem védenju nepojasnen. Z Jamnikom sem se dobro razumel in ga cenil. Vse je njegova prezgodnja smrt prizadela. Lep zapis v Obzorniku mu je posvetil Jože Grasselli [1].

LITERATURA

[1] J. Grasselli. V spomin Rajku Jamniku. OMF 30 (1983) (6): 182-183.

Peter Legiša

VESTI

Aleksandar Jurišić, Milan Mitrović in Simona Pustavrh prejemniki priznanj DMFA Slovenije za leto 2026

DMFA Slovenije že od leta 1968 podeljuje društvena priznanja z namenom promocije uspešnega strokovnega in pedagoškega dela posameznikov ali ustanov na področjih matematike, fizike in astronomije, predvsem za uspešno delo z mladimi ali za strokovno dejavnost, ter posameznikom ali ustanovam za uspešno sodelovanje z Društvom. Na Občnem zboru DMFA Slovenije 17. marca 2026 v Ljubljani so bila podeljena 3 priznanja. Prejeli so jih **dr. Aleksandar Jurišić**, redni profesor za matematiko na FRI UL, *za ohranjanje društvene dediščine, posebej za digitalizacijo društvene revije Obzornik za matematiko in fiziko*, **mag. Milan Mitrović**, učitelj matematike na OŠ Sava Kladnika Sevnica, *za izjemne pedagoške in strokovne prispevke pri pouku matematike, še posebej na področju geometrije*, in **mag. Simona Pustavrh**, učiteljica matematike na ŠC Novo mesto, *za izjemno pedagoško in strokovno delo na področju matematike in statistike*.



Slika 1. Prejemniki priznanj Aleksandar Jurišić, Simona Pustavrh in Milan Mitrović na Občnem zboru DMFA Slovenije

Aleksandar Jurišić je leta 1987 diplomiral iz matematike na Univerzi v Ljubljani. Magistrski študij je nadaljeval na Univerzi Waterloo v Kanadi, kjer je leta 1995 tudi doktoriral na področju algebraične kombinatorike. Kot redni profesor na Fakulteti za računalništvo in informatiko v Ljubljani poučuje predmete s področja verjetnosti in kriptografije. Aleksandar Jurišić je od mladih let navdušeno reševal matematične naloge in se udeleževal matematičnih tekmovanj – najprej kot uspešen tekmovalec, nato kot član tekmovalne komisije, ki je slovenske dijake tudi pripravljala na zvezna tekmovanja. Že leta 1989 je v knjižni zbirki Sigma objavil tudi zbirko rešenih nalog iz mednarodnih matematičnih olimpijad.

V zadnjih letih se je veliko posvečal digitalizaciji matematičnih gradiv. Vodil je različne projekte s tega področja, na primer digitalizacijo matematičnih nalog iz revije Presek, izdelavo portala Kriptogram, namenjenega učenju kriptografije, in vzpostavitev platforme Kvizko za spletno reševanje matematičnih nalog. Za DMFA Slovenije je še posebej pomembna in dobrodošla njegova digitalizacija arhivskih številok revije Obzornik za matematiko in fiziko, ki omogoča iskanje po celotni objavljeni vsebini od prve številke naprej. Podobno obširno delo je s sodelavci pripravil tudi za arhiv revije Presek. Digitalni arhivi društvenih publikacij so dragocen vir za zgodovino delovanja Društva DMFA Slovenije in hkrati pomemben vir besedil v

slovenščini s področja matematike, fizike in astronomije. Delo Aleksandra Jurišića na tem področju pomeni izjemno pomemben prispevek k ohranjanju slovenske matematične dediščine.

Milan Mitrović je diplomiral v Beogradu, kjer je leta 1988 tudi začel svojo pedagoško pot. Najprej je učil na osnovnih šolah, kasneje pa tudi na PMF ter na matematični gimnaziji. Med jugoslovansko vojno se je z družino ustalil v Sevnici, kjer od leta 2006 poučuje na OŠ Sava Kladnika. Iste leta je tudi magistriral iz matematike na FMF UL. Kot matematika ga posebej navdušuje geometrija, o kateri je pri DMFA objavil knjigo Projektivna geometrija (2006), v samozaložbi pa obsežen priročnik Skozi Evklidsko ravnino (2012), namenjen pripravam tekmovalcev za mednarodna tekmovanja.

V svojem pedagoškem delu se z veliko mero empatije posveča vsakemu učencu posebej. Njegov cilj ni zgolj učenje formul ali pravil, temveč poglobljeno razumevanje pojmov, razvoj matematične radovednosti in gradnja zaupanja v lastne intelektualne sposobnosti. Mlade spodbuja na njihovi raziskovalni poti ter jim ponuja vedno nove izzive. Pod njegovim mentorstvom posegajo po zlatih priznanjih na matematičnih tekmovanjih in se radi vračajo k njemu po nasvet še potem, ko zapustijo osnovnošolske klopi. Milan Mitrović je večkrat sodeloval pri pripravah dijakov na MMO, pri matematičnih taborih MARS in Matematika je kul, pri poletnih šolah za najboljše devetošolce ter različnih strokovnih dogodkih DMFA in PEF UL. V kolektivu OŠ Sevnica uživa veliko spoštovanje, sodelavci ga cenijo kot prijaznega in skromnega sodelavca, ki z mirnostjo ter pozitivnim pristopom prispeva k dobremu vzdušju v delovnem okolju. Poleg akademskih dosežkov pa navdušuje tudi z igranjem kitare in petjem. Z njegovimi učenci so s šolsko glasbeno skupino popestrili marsikatero šolsko in občinsko prireditev.

Simona Pustavrh od leta 1994 poučuje matematiko na Šolskem centru Novo mesto, kjer zadnji dve desetletji poučuje predvsem dijake tehniške gimnazije. Sodelavci jo prepoznavajo kot strokovno, sistematično in izjemno zanesljivo učiteljico, ki je tudi izjemna mentorica mladim učiteljem. Njeno delo zaznamujejo premišljeni didaktični pristopi, ki vključujejo kompleksne problemske naloge in razvoj matematične pismenosti, dijaki pa jo cenijo zaradi jasnosti razlage in strokovnosti. Že vrsto let vodi tudi priprave dijakov tehniške gimnazije na matematična tekmovanja, ki so pod njenim mentorstvom dosegli nekaj izjemnih uspehov na državnem tekmovanju iz matematike.

Simona Pustavrh ni cenjena le zaradi dela z nadarjenimi dijaki, saj ne pozabi niti na šibkejšje dijake. Med prvimi je snemala interaktivne mate-

matične videoposnetke in uporabljala tehnologijo. Vešča je uporabe programskih orodij, s katerimi navdušuje tudi dijake in jih vpelje v svet matematičnega modeliranja. Pri pouku vedno prizadeva napraviti kaj drugače, sprejemljivejše in bolj razumljivo za dijake. Matematične vsebine velikokrat povezuje z realno življenjsko situacijo z namenom, da bi si dijaki pridobili kritično razmišljanje, interpretacijo rezultatov in druge dragocene veščine za vsakdanje življenje. Je dolgoletna članica Državne komisije za matematiko na splošni maturi in sodeluje pri oblikovanju učnih načrtov za gimnazije. Objavila je vrsto prispevkov v strokovnih revijah in na konferencah ZRSS ter pri različnih založbah sama ali v soavtorstvu objavila več zbirk nalog in učbenikov za matematiko in statistiko za srednje šole in za Visoko šolo za poslovanje in upravljanje v Novem mestu. Po mnenju njenih sodelavcev je snov je v njih podana tako nazorno, da jo zlahka osvojijo tudi tisti dijaki in študentje, ki jim matematika povzroča težave, Simona Pustavrh pa dijakom ni zgolj profesorica, ampak tudi zgled za pozitiven odnos do dela in življenja.

Komisija za društvena priznanja se zahvaljuje vsem, ki so poslali predloge, in tudi v prihodnje vabi širše članstvo k predlaganju kandidatov in kandidatke, ki s kvalitetnim pedagoškim in strokovnim delom izstopajo v svojem okolju.

V imenu komisije pripravil Boštjan Kuzman.

Na Občnem zboru 17. marca 2026 izvoljeni novi organi društva

Letošnji, že 81. Občni zbor DMFA Slovenije je potekal v torek, 17. marca 2026, v Vidavovi predavalnici na Fakulteti za matematiko in fiziko v Ljubljani. Udeležence je najprej pozdravila predsednica društva Mojca Vilfan. Med čakanjem na sklepčnost je svoje raziskovalno delo v krajšem predavanju predstavil Kenny Bešter Štorgel, prvi prejemnik Vidavove nagrade za raziskovalce na začetku kariere. Utemeljitev je v imenu komisije prebrala Jasna Prezelj. Po ugotovitvi sklepčnosti se je Občni zbor najprej poklonil v zadnjem letu preminulemu častnemu članu Andreju Likarju, nato pa začel delo.

Po potrditvi dnevnega reda je delovni predsednik Boštjan Kuzman najprej povabil predsednico Mojco Vilfan, da je prisotnim poročala o bogati in uspešni dejavnosti društva v letu 2025:

- Upravni odbor društva je v letu 2025 izvedel 2 občna zbora, pripravil in overil nov statut društva, in opravil veliko administrativnega dela v

Novi organi društva



Slika 2. Predsednica Mojca Vilfan poroča o delu v letu 2025.

zvezi z razpisi, pravilniki, komisijami in podobno na rednih mesečnih sejah.

- Izjemne uspehe so dosegli tekmovalci na mednarodnih olimpijadah, ki so v letu 2025 osvojili 4 zlate, 8 srebrnih in 6 bronastih medalj na Mednarodni matematični olimpijadi, Mednarodni fizikalni olimpijadi, Mednarodni olimpijadi iz astronomije in astrofizike ter na Mednarodni ekonomski olimpijadi, za kar so poleg tekmovalcev zaslužni tudi mentorji, vodje ekip, študentje, ki sodelujejo pri pripravah, in širša podporna ekipa DMFA ter sfinancerji.
- DMFA Slovenije je uspešno izvedel 19 državnih tekmovanj, na katerih je sodelovalo več kot 100.000 tekmovalcev, 7.000 mentorjev in 700 šol, velika zahvala gre Matjažu Željku, ki skrbi za učinkovito informacijsko podporo, in Juriju Bajcu, za usklajevanje razpisov MVI s tekmovalnimi komisijami.
- Aleš Mohorič odlično skrbi za uredniško delo in redno izdajanje revij Obzornik za matematiko in fiziko in Presek, v spletni trgovini DMFA pa so na voljo tudi zbirke tekmovalnih nalog in knjige iz zbirke Sigma.
- Kot nacionalni predstavniki v mednarodnih združenjih so Slovenijo zastopali Jasna Prezelj (EMS, IMU), Nejc Košnik (EPS, IUPAP), Jure

Japelj (IAU) in Ganna Kudryavtseva (EWM). Gregor Dolinar je že tretje leto zapored predsednik Odbora IMO, na letni seji v Turčiji pa je bil lani imenovan za častnega člana organizacije Kangorou Sans Frontieres.

- DMFA je bil organizator 2. Konference slovenskih matematikov v septembru 2025 v Kopru, izvedli pa smo tudi Presekov seminar in sodelovali še pri več drugih strokovnih in znanstvenih srečanjih, seminarjih in delavnicah.
- Z namenom popularizacije znanosti smo izvedli ali sodelovali z drugimi ustanovami pri številnih aktivnostih, kot so matematični tabor MARS, prireditve Bistroumi, cikel poljudnih predavanj DMFA, natečaj ob Mednarodnem dnevu matematike, Mednarodni kvantni dan, Fizika v adventu.
- Z decembrom 2024 je bilo društvo DMFA Slovenije vpisano kot raziskovalna organizacija v evidenco ARIS, v aprilu 2025 pa podaljšal status NVO v javnem interesu na področju vzgoje in izobraževanja raziskovalne dejavnosti. Status NVO v javnem interesu na področju raziskovanja in razvoja bomo podaljšali v letu 2026.
- V sodelovanju z Zavarovalno skupino Sava (kot glavnim sponzorjem) je bil ustanovljen štipendijski sklad Društva DMFA Slovenije, ki je za študijsko leto 2025/26 podelil 3 enoletne štipendije za magistrske študente.
- Kljub dotrajanosti se je v zadnjem letu odvijalo nekaj aktivnosti tudi v Plemljevi vili na Bledu. V marcu 2026 se začneja prenova strehe, ki bo predvidoma zaključena do začetka poletja.
- Natančnejše poročilo o delu društva v letu 2025 je pripravil Boštjan Kuzman in je na voljo na spletni strani društva.

Za zaključek je predsednica predstavila še načrt dela v letu 2026. Poleg tradicionalnih dejavnosti (državna in mednarodna tekmovanja, publikacije, seminarji itd.) bo društvo v avgustu 2026 organizator Srednjeevropske matematične olimpijade (MEMO) v Celju in znanstvene konference ob jubileju matematika in aktuarja Iva Laha, slovenski tekmovalci pa se bodo aprila 2026 udeležili tudi prve Evropske matematične olimpijade v Litvi.

Finančno poročilo za leto 2025 in finančni načrt za leto 2026 je nato predstavil Jurij Bajc. Prisotni so soglasno potrdili predstavljena poročila in finančni načrt, v zvezi s Plemljevo vilo pa so načelno podprli iskanje dogovora za obnovo in komercialno oddajo prostorov v času turistične sezone.

Sledila je podelitev treh društvenih priznanj, ki so jih prejeli Aleksandar Jurišić, Milan Mitrović in Simona Pustavrh (več o tem v posebni novici).

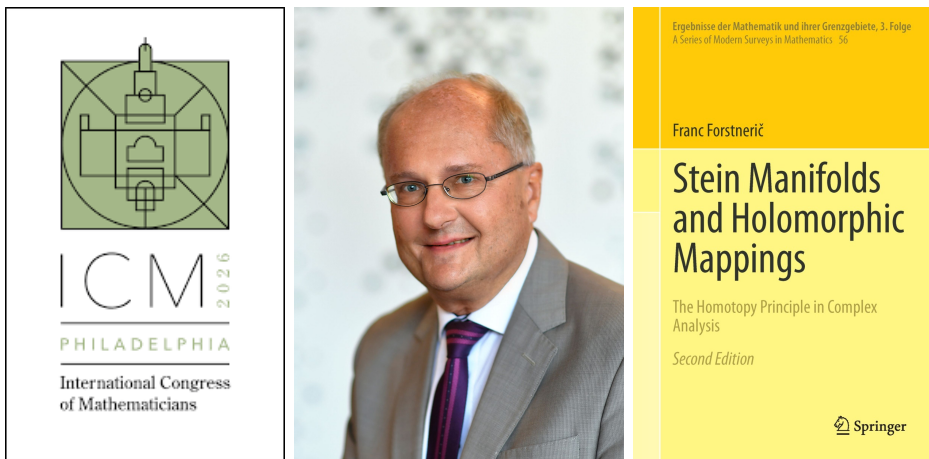
Sledile so volitve organov DMFA Slovenije za naslednje mandatno obdobje. Kandidata za novega predsednika društva, prof. dr. Antona Ramšaka, rednega profesorja fizike na UL FMF, je predstavil predlagatelj Primož Potočnik, druge kandidate pa na kratko delovni predsednik. V skladu z voljo Občnega zbora je bila z dvigom rok soglasno izvoljena celotna predlagana lista kandidatov. Za mandatno obdobje od 1. 9. 2026 do 31. 8. 2028 so bili tako izvoljeni:

- UPRAVNI ODBOR: Anton Ramšak (predsednik), Ciril Dominko (podpredsednik), Jurij Bajc, Nejc Košnik, Boštjan Kuzman, Ganna Kudryavtseva, Matjaž Željko (člani).
- NADZORNI ODBOR: Dragan Mihailović, Neža Mramor Kosta, Primož Potočnik.
- ČASTNO RAZSODIŠČE: Nada Razpet, Peter Legiša, Matej Brešar.
- PREDSEDNIKI STALNIH STROKOVNIH ODBOROV: Daniel Smertnig (za matematiko), Nejc Košnik (za fiziko), Gregor Traven (za astronomijo).
- TAJNIKI STALNIH STROKOVNIH KOMISIJ: Rok Škufca (za popularizacijo matematike v OŠ), Sandra Pančor (za popularizacijo matematike v SŠ), Žan Ambrožič (za popularizacijo fizike v OŠ), Jure Bajc (za popularizacijo fizike v SŠ), Vid Kavčič (za popularizacijo astronomije), Gregor Šega (za tekmovanje Mednarodni matematični kenguru), Aleš Mohorič (za založništvo in pedagoško dejavnost), Matjaž Željko (za informacijsko tehnologijo), Boštjan Kuzman (za upravne in administrativne zadeve).

Ob koncu Občnega zbora smo se seznanili še s tremi pobudami članov: s peticijo za ustanovitev Matematičnega muzeja, s predlogom o ponovni izvedbi državne stopnje tekmovanja MaSŠ na enotni lokaciji (npr. na fakultetah za matematiko), in s pobudo za pomlajevanje vodij olimpijskih ekip v prihodnosti, ki je sprožila daljšo razpravo. Občni zbor se je sklenil s prijetnim klepetom prisotnih ob pijači in prigrizkih.

Franc Forstnerič vabljeni predavatelj na Mednarodnem kongresu matematikov ICM 2026

Slovenski matematik, akad. prof. dr. Franc Forstnerič, je bil izbran med vabljenе predavateljе v sekciji Analiza na najbolj prestižnem svetovnem matematičnem dogodku, Mednarodnem kongresu matematikov ICM 2026, ki



Slika 3. Akad. prof. dr. Franc Forstnerič

bo potekal julija 2026 v mestu Philadelphia v ZDA z udeležbo matematikov iz vsega sveta. To je nedvomno največja čast in izkazano mednarodno priznanje za slovensko matematiko v obdobju samostojne države Slovenije, verjetno pa tudi v zgodovini slovenske matematike nasploh.

Forstnerič je doktoriral leta 1985 na University of Washington v Seattlu, ZDA, od leta 1994 pa je redni profesor na Univerzi v Ljubljani. Objavil je več kot 150 znanstvenih del in v literaturo uvedel nov razred kompleksnih mnogoterosti, t. i. Oka mnogoterosti, ki so se uveljavile kot osrednji koncept holomorfne fleksibilnosti. Omenjena teorija je podrobno prikazana v njegovi monografiji »Stein Manifolds and Holomorphic Mappings« (prva izdaja 2011, druga dop. izdaja 2017) pri založbi Springer. Pri isti založbi je leta 2021 izšla tudi njegova monografija »Minimal Surfaces from a Complex Analytic Viewpoint« (soavtorja A. Alarcón in F. J. López). Vodil je devet temeljnih znanstvenih projektov, od tega dva pri National Science Foundation v ZDA. Leta 2022 je prejel 5-letni projekt ERC Advanced grant od Evropskega raziskovalnega sveta, ki se izvaja v obdobju 2023–2027. Leta 1988 je Forstnerič za svoje znanstveno delo prejel Kidričevo nagrado. Leta 1999 je bil izvoljen za izrednega člana SAZU, leta 2005 pa za njenega rednega člana. Od junija 2020 je glavni tajnik SAZU. Leta 2019 mu je Ameriško matematično društvo podelilo nagrado Stefan Bergman Prize. Leta 2021 je imel vabljen plenarno predavanje na 8. evropskem kongresu matematike 8ECM.

Na kratko o zgodovini Mednarodnega matematičnega kongresa in dosedanjih slovenskih predavateljih

Mednarodni kongres matematikov (International Congress of Mathematicians) je najbolj prestižno svetovno srečanje matematikov, ki poteka vsaka štiri leta, glavna pobudnika njegove ustanovitve pa sta bila znamenita nemška matematika Georg Cantor in Felix Klein. Prvega kongresa leta 1897 v mestu Zürich se je udeležilo 208 matematikov iz 16 držav. Na drugem kongresu leta 1900 v Parizu je David Hilbert predstavil svoj znameniti seznam 23 nerešenih problemov. Na tem seznamu je bil kot 21. naveden Riemannov problem obstoja regularnega sistema diferencialnih enačb s predpisano monodromijsko grupo in singularnostmi, s katerega rešitvijo je nato leta 1906 zaslovel Josip Plemelj (njegova rešitev se je sicer konec 20. stoletja izkazala za nepopolno).

Tretji kongres leta 1904 v Heidelbergu je ostal v zgodovino najbolj zapišan zaradi velikega nemira, ki ga je povzročil Julius (Gyula) Kónig z zmotnim dokazovanjem, da je Cantorjeva hipoteza kontinuuma napačna. Na tem kongresu je prvič sodeloval tudi matematik slovenskega rodu, v avstrijskem Gradcu delujoči Franc Hočvar, s predavanjem o linearnih deliteljih algebraičnih form v sekciji Algebra in aritmetika. Tudi na četrtem kongresu leta 1908 v Rimu je aktivno sodeloval matematik slovenskega rodu, Rihard Zupančič (Rihard Suppantschitsch), ki je v sekciji za filozofijo, zgodovino in didaktiko matematike predstavil prispevek o vključevanju sodobnih matematičnih vsebin v pouk v avstrijskih srednjih šolah. Zupančič je aktivno sodeloval tudi leta 1912 na petem kongresu v mestu Cambridge s prispevkom o vključevanju logičnega sklepanja v srednješolski in univerzitetni pouk, sicer pa je ta kongres širši javnosti ostal v spominu po štirih osnovnih problemih teorije števil, ki jih je v svojem predavanju izpostavil Edmund Landau.

Šesti in sedmi kongres sta potekala leta 1920 v mestu Strassbourg in 1924 v Torontu brez predstavnikov v prvi svetovni vojni poraženih centralnih sil, pomenila pa sta tudi premik vrha sodobne matematike iz Nemčije v Francijo, Anglijo in Severno Ameriko. Osmega kongresa v Bologni leta 1928 sta se med predstavniki Kraljevine SHS udeležila tudi Anton Vakselj in ponovno Rihard Zupančič, ki je v sekciji Algebraična geometrija tudi predaval o dekompoziciji homografij. Ob tem omenimo, da se je kar petkrat v letih med 1908 in 1932 kongresa ICM kot vabljeni predavatelj udeležil srbski matematik Mihajlo Petrović. Na naslednjem kongresu 1932 v mestu Zürich je bila med vabljenimi prvič tudi ženska predavateljica Emmy Noether, leta 1936 pa sta bili na kongresu v Oslu prvič podeljeni Fieldsovi medalji, ki sta ju prejela Lars Ahlfors in Jesse Douglas.

Mittwoch, den 10. August, vormittags 9 Uhr.

Vorsitzender: D. Seliwanoff.

Schriftführer: G. Faber.

Gehaltene Vorträge.

1. P. Gordan: Über die Auflösung der Gleichungen 6. Grades.
Diskussion: H. Valentiner, A. Wiman.
2. J. König: Zum Kontinuum-Problem.
Diskussion: G. Cantor, D. Hilbert, A. Schönflies.
3. A. Capelli: Ein Beitrag zum Fermatschen Satze.
4. F. Hočevvar: Über die Bestimmung der linearen Teiler einer algebraischen Form.
Diskussion: J. Lüroth, G. Landsberg.
5. A. Guldberg: Über lineare Differenzgleichungen.

Zum Vorsitzenden der nächsten Sitzung wird E. Netto gewählt und darauf um 11 Uhr 20 Min. die Sitzung geschlossen.

Slika 4. Dnevni urnik predavanj kongresa ICM 1904 s Francem Hočevvarjem ob najuglednejših imenih tedanje matematike (vir [1]).

Po izpuščenem obdobju druge svetovne vojne se je leta 1950 kongresa na Harvardski univerzi v ZDA kot predstavnik Jugoslavije udeležil Ivan Vidav, ki je v sekciji za analizo predstavil krajši prispevek o Kleinovih izrekih v teoriji linearnih diferencialnih enačb. To je bil (po naši evidenci) tudi zadnji slovenski predstavnik s predavanjem na kongresih ICM. Vabljen predavanje Franca Forstneriča tako predstavlja nov mejnik v razvoju slovenske matematike in njene mednarodne prepoznavnosti.

Do vključno leta 1978 so kongresi nato redno potekali vsaka štiri leta, gostila so jih mesta Amsterdam, Edinburgh, Stockholm, Moskva, Nica, Vancouver in Helsinki. Med prelomnimi znanstvenimi prispevki iz tega obdobja



Slika 5. Skupinska fotografija udeležencev kongresa ICM 1950, ki se ga je udeležil Ivan Vidav. (Vir fotografije: Harvard University Archives)

bi lahko izpostavili program klasifikacije končnih enostavnih grup Richarda Brauerja leta 1954, aritmetično geometrijo Alexandra Grothendiecka leta 1958 ali stohastično analizo, ki jo je predstavil Kiyosi Itô leta 1962. Udeležba matematikov iz takratne Sovjetske zveze in vzhodnega bloka je bila v tem obdobju pogosto okrnjena, bodisi zaradi bojkota bodisi zaradi državnega nadzora, ki nekaterim najvidnejšim matematikom ni dovolil udeležbe. Za leto 1982 napovedani kongres na Poljskem je bil zaradi gospodarske in politične krize v državi vendarle izveden v Varšavi leto kasneje, tokrat z manjšo udeležbo iz zahodnih držav.

Po kongresu v Berkeleyju leta 1986 so naslednji kongresi vrsto let potekali z manj političnih napetosti, šele leta 1990 pa je na kongresu v Kjotu kot druga plenarna predavateljica v zgodovini kongresov nastopila Karen Uhlenbeck. Po slovenski osamosvojitvi se je slovenska delegacija od kongresa leta 1994 v Zürichu dalje večkrat udeležila kongresa ICM in skupščine Mednarodne matematične unije (IMU), vendar po naši evidenci brez predstavitev znanstvenih prispevkov. O aktualnih matematičnih in drugih dogajanjih na kongresih je v revijah OMF, Presek in Delo v letih med 1986 in 2010 nekajkrat natančno poročal Dušan Repovš.

Do leta 2018 so se tako zvrstili še kongresi v mestih Berlin, Peking, Madrid, Hyderabad, Seul in Rio de Janeiro. Žal se je v zadnjih letih politična situacija znova zaostрила do te mere, da vpliva tudi na izvedbo kongresa ICM. Za leto 2022 najavljeni kongres v Sankt Petersburgu je bil zaradi rusko-ukrajinske krize in političnega embarga Rusije v celoti izveden na daljavo, podelitev nagrad in skupščina IMU pa sta bili izvedeni v Helsinkih. Tudi pri letošnjem kongresu v ZDA se organizatorji soočajo s pozivi posameznikov in nekaterih združenj k bojkotu zaradi nestrinjanja z dejanji trenutne ameriške oblasti, drugi pa menijo, da je treba izraziti podporo ameriški matematični skupnosti tudi z aktivnim sodelovanjem na kongresu.

LITERATURA

- [1] Verhandlungen des dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August, 1904, dosegljivo na <https://www.mathunion.org/icm/proceedings>.
- [2] G. P. Curbera, *Mathematicians of the World, unite! The International Congress of Mathematicians – a human endeavour*. A K Peters, 2008.

Boštjan Kuzman

DIAMANTNI SPONZOR DMFA SLOVENIJE



V DRUŽBI DOBRIH LJUDI

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, APRIL 2026

Letnik 73, številka 1

ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

Članki	Strani
Časovnica statistike (Julian Champkin, prevod in priredba Aleksandar Jurišić)	1–15
Rojni oscilatorji: povezava med sinhronizacijo in kolektivnim gibanjem (Igor Mendek, Uroš Barač, Marko Gosak)	16–27
Nove knjige	
Michael Hurben: The Physics of Birds and Birding (Peter Legiša)	28
Utrinek	
Moji spomini na profesorja dr. Rajka Jamnika (Peter Legiša)	28–31
Novice	
Aleksandar Jurišić, Milan Mitrović in Simona Pustavrh prejemniki priznanj DMFA Slovenije za leto 2026	31–34
Na Občnem zboru 17. marca 2026 izvoljeni novi organi društva	34–37
Franc Forstnerič vabljeni predavatelj na Mednarodnem kongresu matematikov ICM 2026	37–38
Na kratko o zgodovini Mednarodnega matematičnega kongresa in dosedanjih slovenskih predavateljih (Boštjan Kuzman)	39–III

CONTENTS

Articles	Pages
Timeline of statistics (Julian Champkin translated and adapted by Aleksandar Jurišić)	1–15
Swarmalators: the link between synchronization and collective motion (Igor Mendek, Uroš Barač, Marko Gosak)	16–27
New books	28
News	29–III

Na naslovnici: slika, ki jo je posnela posadka Artemis II med njihovim preletom Lune 6. aprila 2026, prikazuje Sončev mrk za Luno. Zorni kot Lune je bil dovolj velik, da je popolnoma zakrila Sonce za skoraj 54 minut. Okoli temnega Luninega diska korona razkriva podrobnosti Sončeve zunanje atmosfere.