IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2019
Letnik 66
5

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

OBZORNIK MAT. FIZ. • LJUBLJANA • LETNIK 66 • ŠT. 5 • STR 161-200 • SEPTEMBER 2019

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, SEPTEMBER 2019, letnik 66, številka 5, strani 161–200

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 633, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** info@dmfa-zaloznistvo.si **Internet:** http://www.obzornik.si/ **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Mednarodna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Jezikovno pregledal Grega Rihtar.
Računalniško stavila in oblikovala Tadeja Šekoranja.
Natisnila tiskarna COLLEGIUM GRAPHICUM v nakladi 1100 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 24 EUR, za druge družinske člane in študente pa 12 EUR. Naročnina za ustanove je 35 EUR, za tujino 40 EUR. Posamezna številka za člane stane 3,99 EUR, stare številke 1,99 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancira jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih znanstvenih periodičnih publikacij.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvorne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TEX oziroma LATEX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

NOVOSTI NA SPLOŠNI MATURI 2021 PRI PREDMETU MATEMATIKA[1]

IZTOK BANIČ[2], JAKA ERKER[3], MATEJA FOŠNARIČ[4], ALOJZ GRAHOR[5], TATJANA LEVSTEK[6], MATEJA ŠKRLEC[7], JANEZ ŽEROVNIK[8]

[2]Fakulteta za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru,
[3]Gimnazija Šentvid, [4]II. gimnazija Maribor,
[5]Škofijska gimnazija Vipava, [6]Gimnazija Ledina,
[7]Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer,
[8]Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 97B99

V začetku šolskega leta je bil objavljen nov predmetni izpitni katalog, ki opredeljuje izpit iz matematike na splošni maturi 2021. Najbolj očitne spremembe so poenotenje časa pisanja ob vpeljavi dveh pol na obeh ravneh izpita in bolj natančna opredelitev ocenjevanja pri internem delu izpita. Pomembna sprememba se nanaša na uporabo računal, ki bodo odslej na obeh ravneh dovoljen pripomoček samo na eni od izpitnih pol. Vsebinsko se izpit ne bo veliko spremenil, izjema so na novo vpeljane kratke naloge na osnovni ravni.

CHANGES IN THE MATH EXAM AT GENERAL MATURA 2021

Recently, a new subject examination catalog was published which defines the Mathematics Exam at the General Matura 2021. The main changes include unifying the writing time by the introduction of two parts at both levels of the exam and more accurate definition of assessment in the internal part of the exam. A significant change relates to the use of calculators, introducing a part of exam that is to be solved without calculators. While the technical changes are substantial, the content of the exam is not altered, except for the newly introduced short basic level tasks.

Uvod

Splošna matura je državni izpit, ki je hkrati zaključni izpit po programu gimnazije in obvezen pogoj za vpis na univerzitetni študij. Od ponovne uvedbe splošne mature leta 1995 je matematika obvezni maturitetni predmet splošne mature, pri katerem kandidati lahko opravljajo izpit na dveh ravneh zahtevnosti, na osnovni in na višji ravni. V vsem tem obdobju se maturitetni izpit iz matematike ni bistveno spreminjal, manjše spremembe so bile vpeljane le pri definiciji dovoljenega računala na maturi.

V prispevku so opisane spremembe splošne mature pri predmetu matematika, ki bodo stopile v veljavo leta 2021. Ključne novosti pri eksternem

[1]Avtorji so člani Državne predmetne komisije za splošno maturo za matematiko.

(pisnem) delu mature iz matematike so: (1) kandidati bodo na osnovni in na višji ravni reševali dve izpitni poli (prvo polo bodo reševali brez, drugo z uporabo računala), (2) spremenjen bo čas pisanja izpitnih pol (za vsako polo bo na voljo 90 minut), (3) uporabljeno bo ustreznejše poimenovanje tipov nalog in vpeljan bo nov tip nalog (kratke naloge), (4) seznama formul, ki bosta priložena izpitnim polam na osnovni in na višji ravni, se bosta razlikovala. Tudi na internem delu mature iz matematike bo nekaj novosti, po novem bo kandidat na ustnem delu izpita lahko dosegel 20 točk (in ne le 12, kot je v praksi sedaj).

Uporaba računal pri pouku, pri preverjanju znanja in na maturi iz matematike je tema, o kateri strokovna javnost nima enotnega mnenja. Definicija dovoljenega računala na maturi ni enostavna, trenutno je v uporabi definicija »maturitetnega računala« [6], ki velja za vse predmete splošne mature. Ker uporaba zmogljivih računal pri nekaterih matematičnih nalogah lahko bistveno vpliva na reševanje, preverjanje in ocenjevanje znanja, in ker je bilo v zvezi s tem v preteklosti kar veliko vprašanj, v članku podajamo nekoliko bolj natančen opis maturitetnega računala.

V prispevku najprej povzamemo sedanje stanje in pojasnimo glavne razloge za vpeljavo sprememb maturitetnega izpita iz matematike, ki jih prinaša novi Predmetni izpitni katalog za splošno maturo iz matematike [1]. Sledi podroben opis sprememb in razdelek o uporabi računal na maturi z opisom t. i. »maturitetnega računala« in zaključek.

Sedanje stanje

Maturitetni izpit iz matematike je sestavljen iz internega dela (20 % ocene) in eksternega dela (80 % ocene), enako kot velja za vse predmete splošne mature. Pri eksternem delu so doslej kandidati na osnovni ravni pisali eno izpitno polo (120 minut, 80 točk), kandidati na višji ravni pa so pisali dve poli (pola 1 – 90 minut, 80 točk; pola 2 – 90 minut, 40 točk). Pri internem delu so kandidati odgovarjali na tri vprašanja, vsako vprašanje je bilo ovrednoteno s štirimi točkami. Ker je matematika na splošni maturi obvezen predmet, izpit opravlja vsako leto med šest in devet tisoč kandidatov. Opazno je zniževanje števila maturantov splošne mature, kar je delno posledica zmanjševanja celotne populacije, delno pa vse večjega števila dijakov, vpisanih na srednje strokovne šole, ki opravljajo poklicno maturo, z dodatno opravljenim petim maturitetnim predmetom pa se vpišejo na univerze [2]. Večina kandidatov opravlja splošno maturo na prvem (spomladanskem) roku, ko imamo med pet in šest tisoč kandidatov na osnovni ravni in med 1000 in 1500 kandidatov na višji ravni zahtevnosti. Pri maturitetnih izpitih splošne mature kandidat doseže oceno med 1 in 5. V skupni uspeh maturanta ocena na osnovni ravni prinese do 5 točk, ocena na višji ravni pa do 8 točk (7 ali 8 točk za oceno 5, 5 ali 6 točk za oceno 4, 4 ali 3 točke za oceno 3), zato bomo v članku, zaradi primerjave med kandidati na osnovni in višji ravni, govorili o ocenah med 1 in 8, in s tem mislili točkovne ocene.

Maturitetni izpit iz matematike v sedanji obliki in izvedbi zadovoljivo izpolnjuje osnovni namen, saj preverja:

- znanje snovi, ki jo na osnovi učnega načrta določa maturitetni katalog (osnovna in višja raven se ločita po obsegu snovi in zahtevnosti nalog);
- znanje na različnih taksonomskih stopnjah, od poznavanja pojmov in osnovnih postopkov do reševanja zahtevnejših nalog.

Ker je maturitetni izpit za vse kandidate enak, ocenjevanje pa je anonimno in zunanje, je s tem zagotovljena velika stopnja objektivnosti. Na ta način dobimo standardizirano oceno znanja in sposobnosti vseh maturantov splošne mature v Sloveniji, ki je v praksi praviloma tudi najpomembnejši kriterij za rangiranje kandidatov za vpis na univerzo.

Ne smemo pa zanemariti dejstva, da se na univerzo vpisujejo kandidati, ki opravljajo maturitetni izpit v različnih okoliščinah: izpit opravljajo na osnovni ali višji ravni, na spomladanskem ali jesenskem izpitnem roku, vpisujejo pa se tudi kandidati različnih (prejšnjih) generacij (npr. zaradi spremembe smeri študija). Državna predmetna komisija za splošno maturo za matematiko zato poskuša z vsakoletnim postopkom pretvarjanja rezultatov maturitetnega izpita v ocene v čim večji meri doseči:

- primerljivost ocen, ne glede na izbiro ravni (na osnovni in na višji ravni naj kandidat za enako znanje dobi enako oceno),
- primerljivost ocen med spomladanskim in jesenskim izpitnim rokom,
- primerljivost med generacijami.

Državni izpitni center vsako leto opravi ankete med zunanjimi ocenjevalci in šolskimi maturitetnimi komisijami o poteku mature in ugotavlja, da je oblika in izvedba maturitetnega izpita iz matematike dobro sprejeta. Tako je npr. leta 2019 kar 90,9 % zunanjih ocenjevalcev menilo, da je sestava izpita bila primerna ali zelo primerna, 87,6 % pa tudi, da so navodila za ocenjevanje jasna ali zelo jasna (anketo je vrnilo 121 od 153 zunanjih ocenjevalcev) [5]. Kljub temu primerjave z izvedbami državnih izpitov v drugih okoljih (mednarodna matura, maturitetni izpiti v drugih državah ...) in spremembe v poučevanju kot posledica novih učbenikov, vadnic, napredka tehnologije (osebni računalniki, računala, tablice) stalno motivirajo razmislek o morebitnih izboljšavah. Glavni razlogi za tokratne spremembe so opisani v nadaljevanju.

Matura in računala

Učni načrt [4] med drugim večkrat omenja in celo poudarja uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije, vendar podrobnosti ne opredeljuje. Praksa po šolah je močno odvisna od različnih materialnih pogojev in samoiniciativnosti ter iznajdljivosti pedagogov. Uporaba računal ima po drugi strani za posledico, da dijaki pogosto ne znajo brez računala narediti niti najbolj elementarnih računov, kot je npr. seštevanje ulomkov. Računalo na maturi je pripomoček, ki ga je treba natančno definirati vsaj dve leti pred maturo, kar je ob hitrem razvoju tehnologije zelo težka naloga. Zato je dozorela odločitev o delitvi izpita na polo, ki se rešuje brez računala, in polo, ki se rešuje z računalom. Ta sprememba bo delno rešila zagato: na poli brez računala se bo lahko preverjalo tudi poznavanje elementarnih postopkov, kar zaradi dovoljene uporabe računal sedaj ni bilo izvedljivo, na poli z računalom pa bi se v prihodnosti na primeren način lahko preverjala tudi smiselna uporaba sodobne tehnologije.

Matura in ustni izpit

Maturitetni izpit pri vseh predmetih splošne mature je sestavljen iz eksternega in internega dela. Statistika [3] žal pokaže neverjetno slabo korelacijo med rezultati internega in eksternega dela in tudi matematika v tem pogledu ni izjema. Zato so se v preteklosti pojavile različne ideje, od ukinitve (vseh) internih izpitov na maturi do ločenih ocen za interni in eksterni del izpita v maturitetnem spričevalu. Interni del mature iz matematike je ustni izpit, kandidat odgovarja na tri vprašanja (teoretična vprašanja, ki jim je lahko dodana krajša računska naloga), ki jih dobi na naključno izbranem izpitnem listku. Porazdelitev točk pri ocenjevanju odgovorov je v navodilih za ocenjevanje le okvirno definirana, zato je slaba korelacija med rezultati internega in eksternega dela morda tudi posledica dejstva, da ni natančnejše opredelitve, kako oceniti delne ali nepopolne odgovore.

Primeri izpitnih vprašanj so bili doslej navedeni v katalogu. Maturitetna komisija je pred vsako maturo ta vprašanja deloma posodobila in predvsem naredila nove kombinacije vprašanj na izpitnih listkih. Zato so bila vprašanja in kombinacije le-teh izpitna tajnost, ki pa se je v praksi hitro spridila, saj so se neverjetno hitro na internetu pojavila vprašanja, kombinacije in različno dobri odgovori.

Objava vseh izpitnih vprašanj dovolj zgodaj pred ustnimi izpiti bo odpravila potrebo po varovanju tajnosti ustnih vprašanj, podrobnejša navodila pa bodo morda vendarle pripeljala do bolj prepričljivih in primerljivih ocen tega dela izpita.

Doslej je bil interni izpit ocenjen s točkami od 0 do 12 in pri pretvorbi v odstotne točke (od 0 % do 20 %) nekaterih rezultatov sploh ni bilo mogoče doseči. Ob spremembi točkovanja ustnih odgovorov bo popravljena tudi ta, sicer manj pomembna nerodnost.

Struktura izpita

V tem razdelku je opis maturitetnega izpita iz matematike, kot ga definira katalog [1] in bo prvič v uporabi na splošni maturi leta 2021.

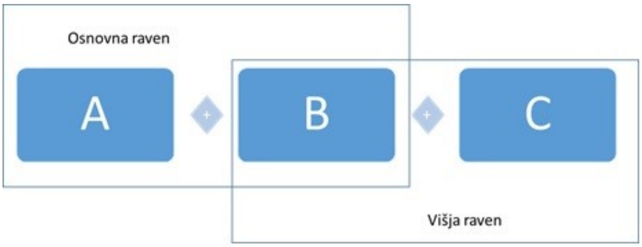
Novosti pri internem delu izpita

Tudi po letu 2021 bo delež, ki ga k skupni oceni prinese rezultat internega dela izpita, ostal nespremenjen. Glavna sprememba internega dela se nanaša na vrednotenje ustnih vprašanj. Po novem sistemu bo kandidat lahko dosegel minimalno 0 in maksimalno 20 točk. Še vedno bo interni del sestavljen iz treh ustnih vprašanj, vsako vprašanje pa bo ovrednoteno s šestimi točkami. Tako bo kandidat z odgovori na ustna vprašanja lahko dosegel 18 točk, največ dve točki pa bo lahko pridobil še za korektno matematično izražanje. Vprašanja bodo le teoretična, brez dodanih nalog. Spremenjene bodo tudi taksonomske stopnje vprašanj, saj se bo razumevanje matematičnih vsebin preverjalo z zapisanimi glagoli, kot npr. »Razložite …«, »Utemeljite …«, »Dokažite …«. Pri takih vprašanjih bo izpitna komisija brez širitve vprašanja lahko preverila razumevanje snovi in ločila med kandidati, ki so se odgovore zgolj naučili na pamet, od tistih, ki obravnavano snov bolje obvladajo. Ustna izpita na osnovni in na višji ravni se bosta razlikovala po vsebini, zahtevnosti vprašanj ter deležih taksonomskih stopenj. (Nekaj več o taksonomiji pri predmetu matematika bo zapisano v drugem članku.) Tako za osnovno kot za višjo raven bo državna predmetna komisija za matematiko pripravila po 105 vprašanj. Njihov seznam bo objavljen vsako leto najkasneje do konca januarja na spletni strani Državnega izpitnega centra. Doslej je katalog vseboval »primere« izpitnih vprašanj, izbira teh ali novih vprašanj in njihove kombinacije na izpitnih listkih pa so bile izpitna tajnost. Izpitna vprašanja po novem torej ne bodo več izpitna tajnost, z večjim številom točk in predvsem s podrobnejšimi navodili o načinu in kriterijih ocenjevanja pa želi maturitetna komisija doseči večje poenotenje in večjo objektivnost ocenjevanja.

Novosti pri eksternem delu izpita

Eksterni del izpita bo po novem na obeh ravneh sestavljen iz dveh izpitnih pol, na prvi poli uporaba računala ne bo dovoljena, na drugi poli pa bo računalo dovoljen pripomoček. Čas reševanja posamezne izpitne pole bo 90 minut, kar pomeni, da bo skupni čas trajanja pisnega dela izpita 180 minut, kar je usklajeno z drugimi predmeti splošne mature. Uporabljeni bodo trije tipi nalog. Kandidati na osnovni ravni bodo reševali kratke naloge in krajše strukturirane naloge, kandidati na višji ravni pa bodo reševali krajše strukturirane naloge in strukturirane naloge. Na vsaki izpitni poli bo kandidat lahko dosegel 60 točk.

Zaradi primerljivosti znanja med kandidati, ki opravljajo maturo na osnovni ali na višji ravni, je bila v dosedanji praksi izpitna pola 1 na višji ravni enaka izpitni poli za osnovno raven. Zaradi želje po možnosti čim bolj objektivne primerjave ocen na osnovni in na višji ravni je predvideno, da se bo tudi v prihodnje del nalog na obeh ravneh povsem ujemal.



Slika 1. Struktura izpitne pole.

Slika 1 prikazuje strukturo izpitnih pol na osnovni in višji ravni. Del A predstavlja kratke naloge, del B krajše strukturirane naloge, del C pa strukturirane naloge. Del B je skupni del na obeh ravneh, ki ga dopolnjujeta del A na osnovni in del C na višji ravni. Na osnovni ravni bo tako izpitna pola 1 sestavljena iz delov A1 in B1 (reševanje brez uporabe računala), izpitna pola 2 pa iz delov A2 in B2 (računalo je dovoljen pripomoček). Na višji ravni bo izpitna pola 1 sestavljena iz delov B1 in C1 (reševanje brez uporabe računala), izpitna pola 2 pa iz delov B2 in C2 (računalo je dovoljen pripomoček).

Deli bodo imeli naslednje značilnosti:

- dela B1 in B2 bosta ovrednotena s 40 točkami, deli A1, A2, C1 in C2 pa z 20 točkami, kar pomeni, da bo kandidat na vsaki poli lahko dosegel 60 točk;
- za vsako polo bo na voljo 90 minut;
- vsaka pola bo po času in številu točk predstavljala 40 % izpita;
- predvidena težavnost nalog dela B bo primerljiva s težavnostjo dosedanje izpitne pole za osnovno raven in izpitne pole 1 na višji ravni;
- predvidena težavnost dela C bo primerljiva s težavnostjo dosedanje izpitne pole 2 na višji ravni;
- del A bo sestavljen iz kratkih nalog, ki bodo praviloma nižjih taksonomskih stopenj.

Na višji ravni se bo izpit po novem zelo malo razlikoval od dosedanjega, imel bo enak čas reševanja in enako število točk. Razlika v primerjavi s starim izpitom bo le v razporeditvi strukturiranih nalog (del C) na obe izpitni poli, kar pa je po našem mnenju s stališča razporeditve časa za reševanje bolj ugodno za kandidate. Na vsaki poli bosta po dve strukturirani nalogi, izbirnost strukturiranih nalog pa bo ukinjena.

Večje spremembe bodo pri izpitu na osnovni ravni. Zaradi dodanega dela A bo čas reševanja daljši (180 minut namesto dosedanjih 120 minut). Kandidati bodo zato lahko dosegli več točk (120 točk namesto dosedanjih 80), kar bo omogočalo večjo pokritost snovi glede na Učni načrt [4] in Predmetni izpitni katalog za splošno maturo iz matematike [1].

Računala na maturi

Že od samega začetka mature leta 1995 je bila pri pisnem delu izpita iz matematike uporaba računala dovoljena. Na izpitnih polah pa so se pojavljale tudi naloge, ki jih je bilo treba rešiti brez uporabe računala. Ugotoviti, ali je dijak takšno nalogo dejansko rešil brez uporabe računala, je bilo težko. To je eden izmed glavnih razlogov za vpeljavo dveh izpitnih pol pri maturitetnem izpitu iz matematike. Pri tem naj poudarimo, da ostajajo pravila pri reševanju pole, pri kateri je uporaba računala dovoljena, enaka pravilom pri reševanju pisnega dela izpita, kot jih poznamo sedaj. Na vsaki izmed izpitnih pol ostaja napisano pomembno pravilo: »Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi.« To pomeni, da morajo dijaki, ne glede na to, ali so si pri reševanju naloge pomagali z računalom ali ne, postopek reševanja naloge jasno in nedvoumno tudi zapisati.

Definicija računala, ki je dovoljeno na maturi

V preteklosti se je pojavljalo veliko število vprašanj glede definicije računala, ki je dovoljeno na splošni maturi. To je pripeljalo do uskladitve definicije »maturitetnega računala« [6], ki zdaj velja za vse maturitetne predmete, pri katerih je računalo dovoljen pripomoček. Zaradi hitrega napredka tehnologije je zadovoljiva formulacija definicije zelo težka naloga, saj je skoraj nemogoče predvideti, kako zmogljiva bodo računala čez nekaj let in kakšne nove aplikacije bodo na voljo. Zato tu navajamo nekoliko razširjeno razlago sprejete definicije.

Računalo je elektronsko računalo, ki omogoča delo z osnovnimi računskimi operacijami in ne podpira:

1. **možnosti komunikacije z okolico – zunanjim svetom**

   Prepovedana so računala, ki omogočajo povezavo z drugimi napravami, na primer preko Wi-Fi povezave, Bluetooth povezave, IR povezave, NFC povezave . . .

2. **shranjevanja podatkov iz okolice oziroma zunanjega sveta**

   Prepovedana so računala, ki omogočajo predhodno shranjevanje (preko kabla ali kakega drugega vmesnika) že napisanih besedil ali slik s spleta ali kake druge lokalne naprave.

3. **shranjevanja predhodno naloženih podatkov**

   Prepovedana so računala, ki omogočajo pisanje besedil in predhodno shranjevanje tako nastalih podatkov (kot so na primer na računalu s pomočjo tipkovnice napisana besedila ali formule). Med shranjevanje podatkov ne štejemo funkcije spomina, ki omogoča, da si računalo med računanjem zapomni kak vmesni numerično izračunan rezultat.

4. **simbolnega računanja**

   Prepovedana so računala, ki omogočajo simbolno računanje. Simbolno računanje je nenumerično računanje, ki uporablja abstraktne simbole (s spremenljivkami x, y . . ., parametri a, b . . .) v računanju. Primeri takega simbolnega računanja ali uporabe abstraktnih simbolov so:

   (a) računanje z algebrskimi izrazi (npr. $\frac{1}{a+1} + \frac{a}{a+4} = \frac{a^2+2a+4}{a^2+5a+4}$ ali $x^2 + 2x^2 = 3x^2$),

(b) faktorizacija izrazov (npr. $x^3 - 4x = x(x-2)(x+2)$),
(c) korenjenje (npr. $\sqrt{x^2} = |x|$),
(d) računanje nedoločenega integrala (npr. $\int \sin x \, \mathrm{d}x = -\cos x + C$)

in podobno. V teh primerih znakov za matematične operacije, funkcije ali operatorje (npr. znak za ulomek, znak za kvadratni koren, znak za absolutno vrednost, znak za nedoločeni integral ipd.) ne štejemo med simbole.

Med nesimbolno računanje štejemo

(a) operiranje s konkretnimi števili, npr. $\sin 60^\circ \mapsto 0,866025403784439$ ali $\frac{1}{\sqrt{2}+1} \mapsto 0,414213562373095$ ali $(\sqrt{2}+i)^2 \mapsto 1+i\cdot 2,82842712474619$

kot tudi $\sin 60^\circ \mapsto \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ali $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1} \mapsto \sqrt{2}-1$ ali $(\sqrt{2}+i)^2 \mapsto 1 + i \cdot 2\sqrt{2}$.

(b) uporabo formul ali numeričnih metod pri reševanju matematičnih problemov, na primer

i. za reševanje enačb (npr. računalo, ki enačbo $x^2 = 2$ reši

$$x_1 \mapsto 1,414213562373095, \qquad x_2 \mapsto -1,414213562373095,$$

ali

$$x_1 \mapsto \sqrt{2}, \qquad x_2 \mapsto -\sqrt{2},$$

je dovoljeno);

ii. za izračun določenega integrala (npr. računalo, ki določeni integral $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, \mathrm{d}x$ izračuna:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, \mathrm{d}x \mapsto 0,707106781186548,$$

ali

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, \mathrm{d}x \mapsto \frac{\sqrt{2}}{2},$$

je dovoljeno);

5. **programiranja novih funkcij**

Prepovedana so računala, ki omogočajo programiranje (npr. programiranje postopkov, numeričnih metod, uporaba kakega programskega jezika).

6. **risanja grafov funkcij**

   Prepovedana so računala, ki omogočajo grafični prikaz podatkov (npr. risanje grafov funkcij, risanje krivulj, risanje diagramov).

Pogled naprej

Uporaba zmogljivih računal in informacijsko-komunikacijske tehnologije pri pouku je zelo dobrodošla, tudi pri pouku matematike. Z njeno pomočjo lahko dijakom hitro približamo še tako zapletene pojme. Pri tem je posebej pomembno, da uporaba take tehnologije pri pouku matematike ne prevlada. Služi lahko kot pomoč pri proučevanju določenih lastnosti, z njeno pomočjo lahko dobimo ideje za formulacije izrekov, nikakor pa pri matematiki ne moremo le z uporabo tehnologije postavljati njene teorije. Formule in izreke je treba dokazati z uporabo zastavljenih aksiomov in trditev, ki smo jih pred tem izpeljali, dokazali.

Informacijsko-komunikacijsko tehnologijo bodo dijaki uporabljali tudi pri opravljanju svojih poklicev, pa naj gre za poklic na družboslovnem, naravoslovnem, tehniškem ali kakem drugem področju. Pri številnih poklicih si bodo dijaki s tako tehnologijo pomagali pri reševanju matematičnih problemov. Ker je zelo pomembno, da poleg uporabe take informacijsko-komunikacijske tehnologije zna uporabnik dobljene rezultate tudi kritično interpretirati, je prav, da se v gimnaziji dijak temeljito nauči osnov matematike, ki stoji za uporabo vsake take informacijsko-komunikacijske tehnologije. Z maturitetnim izpitom iz matematike tako v prvi vrsti preverjamo osnovno znanje matematike, le v manjši meri pa tudi spretnost uporabe informacijsko-komunikacijske tehnologije pri matematiki.

Maturitetni izpit z dvema polama omogoča v prihodnosti večjo prilagodljivost na hitre spremembe tehnologije. Tu je treba poudariti že povedano: maturitetni izpit je zaključek gimnazijskega programa, preverja vsebine in cilje, ki so definirani v učnem načrtu in ki jih bodoči maturanti spoznavajo v štirih letih pouka na gimnaziji. Vsaka bistvena sprememba, na primer vpeljava nalog, ki bi na maturi preverjala netrivialno uporabo tehnologije, mora zato biti vpeljana postopoma in zelo premišljeno.

Zaključek

V prispevku so opisane spremembe na splošni maturi iz matematike, ki bodo stopile v veljavo leta 2021. Z opisanimi spremembami želimo doseči predvsem naslednje cilje:

- s povečanim časom pisanja na osnovni ravni doseči boljše pokrivanje snovi iz maturitetnega kataloga,
- v poli, pri kateri uporaba računala ne bo dovoljena, preveriti razumevanje in uporabo osnovnih matematičnih operacij in postopkov,
- na ustnem izpitu doseči celoten razpon odstotnih točk med 0 % in 20 %.

Čeprav gre (vsaj na videz) za precej velike spremembe, pa želimo poudariti, da vsebinsko spremembe ne bodo bistvene. V državni predmetni komisiji za splošno maturo za matematiko se zavedamo, da se morajo spremembe na tako pomembnem področju, kot je matura, vpeljevati zelo premišljeno. Menimo, da opisane novosti ne bi smele vplivati na delo v razredu, saj gre predvsem za strukturne spremembe. Povedano drugače, dijak, ki je bil dobro pripravljen na izpit iz matematike leta 2019, bi dobro opravil tudi maturo iz matematike leta 2021.

Zahvala

Za temeljit pregled in konstruktivne pripombe se avtorji zahvaljujemo trem anonimnim recenzentom. Za branje rokopisa in spodbudno mnenje se zahvaljujemo Marti Zabret.

LITERATURA

[1] I. Banič, J. Erker, M. Fošnarič, A. Grahor, T. Levstek, M. Škrec in J. Žerovnik, *Predmetni izpitni katalog za splošno maturo – matematika*, Državni izpitni center, Ljubljana 2019, dostopno na `www.ric.si/mma/M-MAT-2021/2019082714564660/`, ogled 17. 9. 2019.

[2] B. Zmazek, D. Zupanc in R. Zorec, *Višja zahtevnost vstopnega znanja za boljšo kakovost univerzitetnih študentov in diplomantov*, Od minimalnih standardov k odličnosti: zbornik razprav o kakovosti v visokem šolstvu in letno poročilo, Nacionalna agencija Republike Slovenije za kakovost v visokem šolstvu, 2019, dostopno na `www.nakvis.si/wp-content/uploads/2019/05/Nakvis-brosura-interactive-pages.pdf`, ogled 17. 9. 2019.

[3] D. Zupanc, G. Cankar in M. Bren, *Interno ocenjevanje pri slovenski maturi: velike razlike med šolami*, Šolsko polje: revija za teorijo in raziskave vzgoje in izobraževanja **23** (2010), 113–137.

[4] A. Žakelj, M. Bon Klanjšček, M. Jerman, S. Kmetič, S. Repolusk in A. Ruter, *Učni načrt. Matematika*, [Elektronski vir]: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija: obvezni predmet in matura (560 ur), dostopno na `eportal.mss.edus.si/msswww/programi2018/programi/media/pdf/un_gimnazija/un_matematika_gimn.pdf`, ogled 17. 9. 2019.

[5] *Poročilo DPK SM za matematiko 2019*, dostopno na `www.ric.si/splosna_matura/predmeti/matematika/`, ogled 17. 9. 2019.

[6] `www.ric.si/mma/Kajjezepnoracunalo2015/2015050811441908/`, ogled 17. 9. 2019.

PODHLAJENE VODNE KAPLJICE V OZRAČJU

GREGOR SKOK IN JOŽE RAKOVEC

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

PACS: 92.60.Nv

V ozračju v oblakih so pri temperaturah precej pod lediščem pogosto prisotne kapljice podhlajene tekoče vode. V prispevku se ukvarjamo s tem, zakaj sploh obstajajo podhlajene kapljice v zraku, kako poteka njihovo zmrzovanje in kateri procesi so pri tem pomembni, koliko časa traja, da kapljice v celoti zmrznejo, in kako je ta čas odvisen od velikosti kapljic.

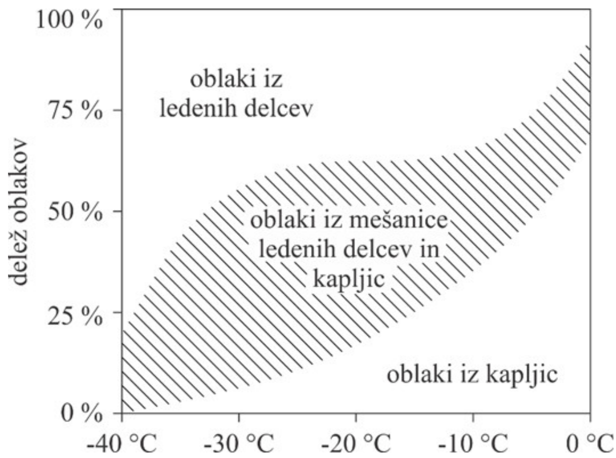
SUPERCOOLED WATER DROPLETS IN THE ATMOSPHERE

Liquid cloud droplets at sub-freezing temperatures are a common occurrence in the atmosphere. We try to address why supercooled droplets are common in the atmosphere, how the freezing of water is happening in clouds and which processes are important, how long does it take for a droplet to freeze and how this depends on the droplet size.

Uvod

V ozračju so v oblakih pri temperaturah precej pod lediščem pogosto prisotne kapljice podhlajene tekoče vode. Slika 1 prikazuje deleže oblakov, ki so pretežno sestavljeni bodisi iz ledenih delcev, iz kapljic ali pa iz mešanice ledu in kapljic. Rezultati so pridobljeni iz meritev sestave oblakov nad morjem, nad kopnim in nad arktičnimi predeli Kanade, med geografskima širinama 42°N in 76°N, kot so jih predstavili v [1]. S slike je razvidno, da je pri −5 °C približno dobra polovica oblakov takšnih, da v njih močno prevladujejo kapljice (v takšnih oblakih več kot 90 % mase vseh hidrometeorjev predstavljajo kapljice). Po drugi strani je pri temperaturi −35 °C polovica oblakov takšnih, da v njih močno prevladujejo ledeni delci, vendar je hkrati druga polovica oblakov takšnih, da so sestavljeni iz mešanice ledenih delcev in kapljic. Iz meritev je očitno, da se z nižanjem temperature delež mase kapljic manjša, vendar tudi pri temperaturah pod −30 °C še vedno najdemo tudi precej tekoče vode. Kakšni drugi primeri z drugih območij bi seveda lahko dali tudi nekoliko drugačne rezultate.

Glede na to, da smo ljudje iz vsakdanjih izkušenj navajeni, da voda praviloma zmrzne, ko se ohladi pod temperaturo ledišča, se zdi obstoj tekoče vode oziroma podhlajenih kapljic v ozračju pri temperaturah, ki so precej nižje od ledišča, nenavaden. Kaj je tisto, kar omogoča tem kapljicam, da



Slika 1. Delež oblakov glede na fazo hidrometeorjev, ki prevladujejo v oblaku. Oblaki iz ledenih delcev so definirani glede na delež mase ledu v primerjavi s celotno maso hidrometeorjev v oblaku (kapljice vode + ledeni delci), pri čemer mora biti delež ledu vsaj 90 %. Podobno so definirani oblaki iz kapljic, kjer mora biti delež mase kapljic vsaj 90 %. Na horizontalni osi je temperatura v oblaku tam, kjer so bile narejene meritve. Prirejeno po [1].

ostanejo tekoče pri temperaturah pod lediščem? Za odgovor je treba obrazložiti, kaj sploh sproži zmrzovanje kapljice, in ko se zmrzovanje enkrat začne, kako ta proces zmrzovanja kapljice poteka.

Prva faza – zmrzovanje do ledišča

Najprej ocenimo, za koliko bi se segrela kapljica zaradi sproščanja toplote zmrzovanja, če bi bila toplotno izolirana. Recimo, da zmrzne delež mase kapljice x, pri čemer se sprosti xmh_t toplote. Ta toplota bi kapljico segrela za $mc\Delta T$, torej:

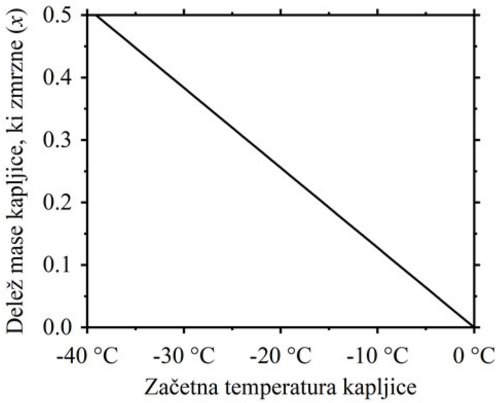
$$mc\Delta T = xmh_t,$$

Če izrazimo ΔT v odvisnosti od x, dobimo

$$\Delta T = \frac{xh_t}{c}.$$

V primeru, da bi zmrznila celotna masa vode ($x \to 1$), dobimo iz zgornje enačbe za ΔT oceno okrog 78 °C (ko smo uporabili vrednosti pri 0 °C : $h_t = 0{,}33$ MJ/kg in $c = 4200$ J/kgK). Ta ocena seveda ni točna, ker smo, denimo, predpostavili, da sta h_t in c neodvisna od temperature. Izračunan dvig temperature pa je vsekakor tako velik, da bi se morala kapljica pri zmrzovanju segreti veliko nad temperaturo ledišča, kar pa seveda ne gre, saj led pri temperaturah nad lediščem ne more nastajati. Kapljica se lahko torej segreje največ do ledišča, preostala toplota, ki se sprosti pri zmrzovanju, pa se mora odvesti v okolico.

Če iz zgornje enačbe izrazimo x v odvisnosti od ΔT, lahko ocenimo, kolikšen delež vode v kapljici bi zmrznil v primeru segrevanja od neke začetne temperature do ledišča (slika 2). Pri podhlajenosti tja do okrog -10 °C bi v tej prvi fazi procesa zmrznilo približno 13 % mase kapljice, za kar bi se porabilo tudi 13 % toplote popolnega zmrzovanja. V tem primeru bi prvo fazo procesa morda lahko zanemarili v primerjavi z drugo fazo, pri kateri se mora toplota zmrzovanja odvesti proč od kapljice v njeno okolico (preostalih 87 %). Pri močneje podhlajenih kapljicah bi zanemaritev prve faze ne bila več primerna, npr. pri podhlajenosti do -30 °C bi pri ogrevanju do ledišča zmrznilo že 38 % vode. Pri tem je nujno, da se kapljica ogreje nad temperaturo okolice, saj se sicer toplota s prevajanjem in konvekcijo ne bi mogla prenašati od nje v okolico. Večja kot je temperaturna razlika med kapljico in okolico, tem hitreje bo potekal tok toplote iz kapljice v okolico.



Slika 2. Delež mase kapljice x, ki zmrzne, ob predpostavki, da se pri zmrzovanju segreje od neke začetne temperature do temperature ledišča.

Čas, ki je potreben za prvo fazo (segrevanje), je sicer odvisen od velikosti kapljice, a je praviloma precej krajši kot čas, potreben za drugo fazo (oddajanje toplote v okolico). Na primer, v klasičnem učbeniku za mikrofiziko oblakov in padavin v drugi dopolnjeni izdaji [3] avtorja navajata naslednje čase: $1 \cdot 10^{-6}$ s, $1 \cdot 10^{-5}$ s, $7{,}5 \cdot 10^{-5}$ s in $2 \cdot 10^{-4}$ s, ki so potrebni, da v kapljici v prvi fazi zmrzne plast vode debela 0,2 μm, 2 μm, 15 μm in 40 μm (ob predpostavki, da je bila začetna temperatura kapljice -20 °C).

Druga faza – zmrzovanje zaradi toka toplote iz kapljice v okolico

Okrog kapljic in kristalčkov je zrak, ki je sorazmerno slab prevodnik toplote, vendar pa tudi ni popoln toplotni izolator. Če bi bil, potem toplota ne bi mogla skozenj do oblačnih delcev ali pa proč od njih (če zanemarimo, da bi lahko delec toploto oddal tudi na kakšen drug način, npr. s sevanjem, s konvekcijo . . .). Tedaj ne bi mogel iz pare v zraku nastati noben oblačni delec: ob spremembi pare v vodne kapljice se sprosti toplota kondenzacije (specifična toplota izhlapevanja oziroma kondenzacije je pri 0 °C približno $h_i = 2{,}5$ MJ/kg), pri spremembi pare v ledene delce pa toplota depozicije (specifična toplota sublimacije oziroma depozicije je pri 0 °C približno $h_s = 2{,}8$ MJ/kg) – in če ta toplota ne bi mogla proč od kapljice ali ledenega delca, bi se nastala kapljica ali ledeni delec z njo ogrela – kondenzacija in depozicija pa se dogajata prav ob ohlajanju! Za kondenzacijo, depozicijo ali za zmrzovanje je nujno potrebno odvajanje toplote od kapljice. Potemtakem hidrometeorji, ki nič ne izmenjujejo toplote z okolico, sploh ne morejo nastati in taka podhlajena kapljica sploh ne more zmrzniti v celoti!

Toplota se skozi zrak lahko prenaša s prevajanjem, s konvekcijo (sinonim: z advekcijo) in s sevanjem, pa tudi s tem, da iz oblačnega delca izhlapela para s seboj odnaša toploto izhlapevanja. O tem je pri opisovanju temperature površine ledu na vodi nedavno za Obzornik pisal [4]. Tam je pokazano, da je vsak od štirih načinov lahko prevladujoč: npr. ob močnem vetru lahko prevlada vpliv advekcije, ob zelo suhem okolišnjem zraku lahko prevlada odnašanje toplote z izhlapevanjem pare itd.

Zato najprej razmislimo, kaj je ob kakšnih pogojih pomembno.

Prenos s prevajanjem

Prevajanje toplote skozi miren zrak poteka z molekularno difuzijo. Difuzijo toplote Q po prostoru opisuje difuzijska enačba, v kateri nastopa Laplaceov operator ∇^2, ki se ob predpostavki krogelne simetrije zapiše kot $\nabla^2(R) = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial}{\partial R}\right)$, kar vodi do splošne rešitve pri površini kapljice $R = r$ (celotna izpeljava je na voljo npr. v [3] – enačba 13–19):

$$\frac{dQ}{dt_{\text{dif}}} = 4\pi r K \Delta T,$$

kjer je r radij kapljice in K koeficient toplotne prevodnosti zraka (pri 0 °C je vrednost približno $2{,}4 \cdot 10^{-2}$ J/smK), ΔT pa temperaturna razlika med temperaturo tik ob kapljici (za katero privzamemo, da je kar enaka temperaturi kapljice) in temperaturo okoliškega zraka. Velja $\frac{dQ}{dt_{\text{dif}}} = P_{\text{dif}} = j_{\text{dif}} \cdot 4\pi r^2$, kjer je P_{dif} toplotni tok z difuzijo. Od tod sledi za gostoto toka toplote skozi površino kapljice: $j_{\mathrm{dif}} = \Delta T K/r$. Tako npr. za kapljico z radijem 10 μm pri $\Delta T = 10$ °C dobimo oceno $j_{\mathrm{dif}} = 24\,000$ W/m^2.

Prenos s konvekcijo

Večje kapljice v zraku ne lebdijo povsem oziroma se ne gibljejo povsem skupaj z njim, in zanje je v mikrofiziki oblačnih delcev navada, da se odnašanje toplote (pa tudi pare) od oblačnega delca upošteva s t. i. ventilacijskim faktorjem f_v. To je faktor, s katerim pomnožimo vrednost koeficienta toplotne prevodnosti zraka za miren zrak, da se približamo vrednosti, ki velja ob upoštevanju vetra ali ob znatnejšem padanju kapljic ali kristalčkov skozi zrak: $j_{\mathrm{dif+konv}} = f_v \Delta T K/r$.

Kdaj je treba upoštevati tudi konvekcijski prenos toplote? Zelo majhne delce zrak bolj ali manj »nosi s seboj«, torej se gibljejo skupaj z zrakom oziroma glede na zrak skorajda mirujejo. Ocena, do katere velikosti to velja, sledi iz tega, kako hitro se hitrost kapljice prilagaja hitrosti okoliškega zraka. Uporabimo npr. enačbo za pojemek hitrosti $\frac{dv}{dt}$ zaradi upora skozi zrak – za Stokesov upor torej $m\frac{dv}{dt} = 6\pi r \mu v$ (m – masa kapljice, $m = 4\pi r^3 \rho_v/3$, μ – kinematična viskoznost zraka, $\mu \approx 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ kg/ms), od koder sledi $\frac{dv}{v} = \frac{6\pi r\mu}{4\pi r^3 \rho_v/3} dt$ in eksponentno prilagajanje z značilnim časom $\frac{2r^2\rho_v}{9\mu}$. Čim manjša je kapljica, tem bolj sledi gibanju zraka. Od tod (ali pa npr. iz tabel[1]) izvemo, da je za kapljico premera $2r = 10$ μm značilni čas okrog 0,3 ms. Majhne kapljice se torej hipoma (v manj kot milisekundi) prilagodijo toku okrog sebe – torej lahko rečemo, da glede na zrak praktično mirujejo oz. prepotujejo le zelo kratke razdalje, preden se prilagodijo: $s = v_0 \tau \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, kjer je τ značilni čas. Za nekaj večje, 20-mikrometrske, je ta čas 1,4 ms, za 100-mikrometrske v premeru pa 32 ms.

Torej gibanja zraka okrog majhnih kapljic (ali njihovega padanja skozi zrak) večinoma ni treba upoštevati. Tudi empirični podatki o velikosti faktorja f_v, s katerim popravljamo $j_{\mathrm{dif}} = \Delta T K/r$ v pol-empirično oceno $j_{\mathrm{dif+konv}} = f_v \Delta T K/r$ kažejo, da je še za kapljice $2r = 40$ μm ventilacijski faktor samo za 6 % večji od 1: $f_v(2r = 40\ \mu\mathrm{m}) = 1{,}06$ (npr. [5]). Torej pri majhnih kapljicah konvekcije ni treba upoštevati. Prenos toplote s konvekcijo pa postane pomemben pri velikih kapljah: npr. za dežne kaplje premera 4 mm približno velja $f_v = 14$.

[1] Na spletu so npr. take tabele na Holterman H. J., 2003: Kinetics and evaporation of water drops in the air. Report 2003–12, Wageningen UR, Institut voor Milieu- en Agritechniek, na `www.researchgate.net/publication/237464530_Kinetics_and_evaporation_of_water_drops_in_air`.

Prenos s sevanjem

Infrardeče sevanje oblačnega delca je močnejše, kot je sevanje iz okolišnjega zraka proti temu delcu. Emisivnost dovolj debele plasti zraka je v IR delu spektra le največ 0,7, medtem ko je emisivnost tekoče vode ali ledu blizu 1. Poleg tega se zmrzujoča kapljica ogreje do ledišča in je toplejša od okolice – v takih primerih bi sevalno izmenjavo toplote morda veljalo upoštevati. Toda kratek izračun pokaže, da je toplotni tok izsevanega IR sevanja praviloma precej manjši od toka toplote s prevajanjem. Če na primer predpostavimo, da kapljica seva kot črno telo s temperaturo ledišča, bi po Stefanovem zakonu z emisijo oddajala sevanje z gostoto energijskega toka $j_{\text{sev}} = \sigma T_0^4 = 315\ \text{W/m}^2$.

Vendar pa kapljica tudi prejema sevanje iz svoje okolice, bodisi iz okoliškega zraka, od drugih hidrometeorjev v neposredni okolici, od hidrometeorjev v drugih oblakih, od tal in morebiti nekaj malega celo od absorpcije sončnega sevanja. Poleg tega tudi ni nujno, da bo kapljica sevala kot povsem črno telo. Torej so neto izgube toplote s sevanjem precej manjše od 315 W/m^2, kar pomeni, da lahko vpliv sevanja na odvajanje toplote zmrzovanja res zanemarimo v primerjavi z izmenjavami toplote s prevajanjem in s konvekcijo.

Prenos z izhlapevanjem

Zrak v oblaku je nasičeno vlažen in na prvi pogled se zdi, da bi lahko prenos toplote z izhlapevanjem zanemarili, saj v primeru nasičenega zraka do izhlapevanja iz kapljice praviloma ne more priti. Vendar to ne drži, saj se kapljica pri zmrzovanju najprej ogreje do ledišča in je toplejša od okolice. Posledično z njene površine uhaja več molekul vodne pare, kot jih vanjo prihaja iz okoliškega zraka (ki je sicer nasičeno vlažen, a hkrati tudi hladnejši).

Velikost toka toplote izhlapevanja lahko ocenimo na podoben način kot tok toplote zaradi prevajanja. Na podoben način lahko dobimo izraz za spremembo mase vode kapljice ob izhlapevanju (celotna izpeljava je na voljo npr. v [3] – enačba 13–9)

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r D_v \left(\rho_{v,ok} - \rho_v(r)\right),$$

kjer je m masa kapljice, D_v pa konstanta difuzivnosti vodne pare skozi zrak (pri temperaturi ledišča in standardnem tlaku 1013 hPa je vrednost D_v približno 0,2 cm^2/s), ρ_v pa gostota vodne pare, ki jo lahko izrazimo preko plinske enačbe tudi z delnim tlakom vodne pare e (v meteorologiji je navada označiti $p_v = e$) in s temperaturo T : $\rho_v = eM_w/RT$ (M_w je molska masa vode, R splošna plinska konstanta). Če z $e_s(T)$ označimo nasičen parni tlak pri temperaturi T in predpostavimo, da je v oblaku zrak v okolici nasičeno vlažen ($e_{ok} = e_s(T_{ok})$), ter da je zrak tik ob kapljici prav tako nasičeno vlažen ($e(r) = e_s(T_r)$), dobimo:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi r D_v M_w}{R}\left(\frac{e_s(T_{ok})}{T_{ok}} - \frac{e_s(T_r)}{T_r}\right).$$

Tu je T_{ok} temperatura v okolici, T_r pa temperatura ob kapljici, za katero spet privzamemo, da je kar enaka temperaturi kapljice.

Za izhlapevanje je pomembno, da je gostota vodne pare tik ob kapljici večja od tiste v okolici – v tem primeru je $\frac{dm}{dt} < 0$ in kapljica se manjša (ob naših predpostavkah to velja takrat, ko je kapljica toplejša od okolice, $T_r > T_{ok}$). Hkrati se za izhlapevanje vode porablja toplota – za toplotni tok toplote pri izhlapevanju lahko zapišemo $P_{\text{izh}} = \left|h_i \frac{dm}{dt}\right|$.

Podobno kot pri prevajanju lahko zapišemo $P_{\text{izh}} = j_{\text{izh}} \cdot 4\pi r^2$, od koder, ob predpostavki $T_r > T_{ok}$, lahko izrazimo gostoto toka toplote izhlapevanja iz kapljice: $j_{\text{izh}} = \frac{h_i D_v M_w}{rR}\left(\frac{e_s(T_r)}{T_r} - \frac{e_s(T_{ok})}{T_{ok}}\right)$. Če upoštevamo še efekt ventilacije, s tem da D_v pomnožimo z ventilacijskim faktorjem f_v, dobimo $j_{\text{izh}} = \frac{f_v h_i D_v M_w}{rR}\left(\frac{e_s(T_r)}{T_r} - \frac{e_s(T_{ok})}{T_{ok}}\right)$.

Podobno kot prej lahko izračunamo gostoto toka za kapljici z radijem 10 μm in 2 mm. Spet predpostavimo $\Delta T = 10$ °C, torej $T_r = 0$ °C in $T_{ok} = -10$ °C, ustrezni vrednosti nasičenega parnega tlaka pa sta $e_s(T_r) =$ 6,11 hPa in $e_s(T_{ok}) =$ 2,87 hPa. Za j_{izh} dobimo za kapljici približno 12500 oziroma 870 W/m^2.

V tabeli 1 so povzete ocene za različne vrste prenosa toplote v okolico za kapljice velikosti 10 μm in 2 mm. V oblaku (mikrometrske kapljice) je najpomembnejši prenos s prevajanjem, pri čemer je treba za večje delce nujno upoštevati tudi pojav konvekcije. Sicer manjši, a še vseeno precej pomemben, je tudi prenos toplote z izhlapevanjem, ki je tipično za polovico manjši od prenosa s prevajanjem in konvekcijo. Prenos s sevanjem lahko zanemarimo. V vsakem primeru pa je zmrzujoča kapljica toplejša od okolice, saj lahko le tako toplota, ki se sprošča pri zmrzvanju, prehaja od nje proč.

Zmrzovanje majhnih kapljic

Podrobne obravnave zmrzovanja kapljic upoštevajo npr. tudi, kako se ustvarja led v kapljici: ali morda kapljica zmrzuje od znotraj navzven, ali morda od zunaj navznoter, ali pa celo, da prej zmrznejo posamezni predeli, v katerih

Vrsta prenosa toplote	Polmer kapljice 10 μm	2 mm
sevanje (j_{sev})	≤ 315 W/m^2	≤ 315 W/m^2
prevajanje (j_{dif})	24 000 W/m^2	–
prevanje + konvekcija ($j_{\text{dif+konv}}$)	24 000 W/m^2	1680 W/m^2
izhlapevanje (j_{izh})	12 500 W/m^2	870 W/m^2

Tabela 1. Ocena gostota toka toplote s kapljice v okolico, ob predpostavki, da ima kapljica temperaturo 0 °C, okolica pa temperaturo −10 °C. Za kapljico velikosti 2 mm ni podana vrednost za prenos samo s prevajanjem, saj je za tako veliko kapljico neobhodno potrebno upoštevati tudi učinek konvekcije.

je kako primerno jedro zmrzovanja (npr. [2]). V [3] avtorja obravnavata čas, ki je potreben za zmrzovanje vodne kapljice. Dogajanje razdelita na dve fazi: začetno ogrevanje do ledišča ob začetku zmrzovanja ter nadaljnje zmrzovanje ob odvajanju toplote tako z difuzijo toplote, kot z difuzijo vodne pare v okoliški zrak. Čeprav je njun opis bolj podroben, dobita za čas trajanja druge faze za majhne kapljice zelo podobne rezultate, kot jih daje naša precej bolj preprosta obravnava v nadaljevanju. Ta upošteva samo difuzijo toplote skozi miren zrak in zanemari porabo toplote v prvi fazi ob ogrevanju do ledišča, pa tudi oddajanje toplote preko izhlapevanja.

Celotna toplota Q, ki se sprosti pri zmrzovanju, je odvisna od mase oziroma velikosti kapljice:

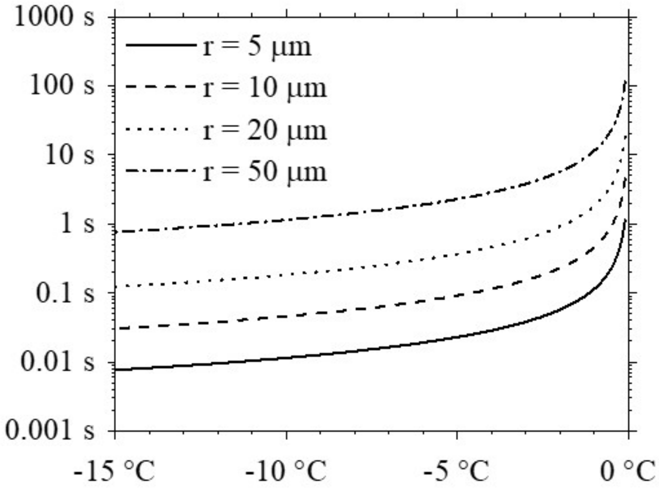
$$Q = mh_t = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_v h_t.$$

Tu sta r radij kapljice in ρ_v gostota vode. Difuzijo toplote smo že opisali: $dQ = 4\pi r K \Delta T dt$.

Če privzamemo, da se zmrzovanje kapljice dogaja pri temperaturi okolice −5 °C, se lahko ob začetku zmrzovanja kapljica najprej zelo hitro segreje do 0 °C. Če torej nekoliko poenostavljeno predpostavimo, da večino toplote kapljica odda pri konstantni temperaturni razliki $\Delta T = 5$ °C, lahko iz zgornjih enačb ocenimo, koliko časa je za to potrebno:

$$\Delta t = \frac{h_t r^2 \rho_v}{3K\Delta T}, \tag{1}$$

kjer se za $r = 10$ μm in $\Delta T = 5$ °C dobi približno 0,1 sekunde. Torej lahko zrak odvede toploto zmrzovanja v delčku sekunde. Za manjše kapljice je čas še krajši, za večje kapljice pa je seveda daljši (odvisnost od r^2), vendar bi bilo pri večjih treba upoštevati tudi efekt ventilacije zaradi padanja kapljice skozi zrak, ki dodatno pohitri odvajanje toplote – o tem v naslednjem poglavju.



Slika 3. Čas zmrzovanja zmerno podhlajenih kapljice glede na enačbo (1).

Čeprav je naš opis zelo preprost, dobimo za manjše kapljice skoraj identične rezultate kot npr. [3] (z enačbo 16–26), ki se nanaša na trajanje druge faze zmrzovanja, in ki upošteva tudi delež ledu, ki je nastal že v prvi fazi, ter oddajanje toplote preko izhlapevanja. V tekstu pod to enačbo navajata avtorja primer s temperaturo okolice -20 °C za kapljice z radijem 0,2 μm, 2 μm in 15 μm. Časi so za vse tri velikosti kapljic zelo podobni, kot jih dobimo z našo bolj preprosto zvezo – oni navajajo 10^{-5} s, 10^{-3} s in $5 \cdot 10^{-2}$ s, medtem ko po naši zvezi dobimo $0{,}9 \cdot 10^{-5}$ s, $0{,}9 \cdot 10^{-3}$ s in $5{,}2 \cdot 10^{-2}$ s.

Zmrzovanje večjih kapljic

Večje kapljice znatno hitreje padajo skozi zrak, pa tudi morebitni veter jih ne zanese kar takoj s seboj. Zato se del toplotne izmenjave zgodi tudi s konvekcijo. Dodatna komplikacija je tudi dejstvo, da večje kapljice nimajo več povsem krogelne oblike, ampak so v vertikalni smeri sploščene. A kot rečeno: efekt konvekcije preprosto zajamemo kar s polempiričnim ventilacijskim faktorjem f_v, ki se vključi v enačbo za prenos toplote – z njim povečamo »efektivni« K:

$$\frac{dQ}{dt} = 4\pi r f_v K (T(r) - T_\infty)$$

in na enak način kot prej dobimo

$$\Delta t = \frac{h_t r^2 \rho_v}{3 f_v K \Delta T}. \tag{2}$$

Vrednosti f_v dokaj monotono naraščajo od 1 (za majhne kapljice in kristalčke) do vrednosti okrog 15 za dežne kaplje z radijem 2 mm (s premerom $2r = 4$ mm). Hitrost padanja dežnih kapelj skozi zrak je nekaj metrov na sekundo. Tako velike so že precej sploščene in dosti večjih ob dežju ni, saj razpadejo. Se pa lahko določajo in uporabijo še večje vrednosti f_v za velike ledene delce, kot sta sodra in toča. Ker je f_v odvisen tudi od lastnosti toka zraka mimo oblačnega delca (laminarni tok, turbulentni tok), ni preproste povezave z velikostjo kapljic $f_v(r)$.

Rezultati po preprosti enačbi (2) so še vedno vsaj po velikostnem redu podobni tistim iz [3], ko upoštevata tudi ventiliranje (enačba 16–36), pa tudi začetno segrevanje vode do ledišča in izhlapevanje. Za $\Delta T = 10$ °C in velike kapljice z radijem 0,5 in 2 mm, za katere privzameta ventilacijski koeficient 5 in 14, sta [3] dobila 13 in 80 sekund, kar se dobro ujema z laboratorijskimi opazovanji časa zmrzovanja kapljic v vertikalnem vetrovnem tunelu [2]. Če v enačbi (2) upoštevamo enaka ventilacijska koeficienta kot onadva, dobimo rezultata 23 in 130 sekund. Neujemanje pripišemo delno našemu neupoštevanju porabljene toplote začetnega segrevanja kapljice do ledišča: ob tej zanemaritvi mora namreč vsa toplota zmrzovanja v okolico, kar traja dalj časa, pa tudi, da ne upoštevamo, da se del toplote v okolico prenese preko izhlapevanja.

Zakaj torej sploh podhlajene kapljice v zraku?

Če manjše kapljice zmrzujejo v le delu sekunde – zakaj potem sploh imamo v ozračju podhlajene kapljice in ne ledenih kristalčkov? Del odgovora je morda takle: kondenzacija iz pare v vodo se v ozračju dogaja na kondenzacijskih jedrih, ki jih je v zraku ogromno – v povprečju med sto in tisoč v kubičnem centimetru zraka (sto milijonov do milijarda v kubičnem metru) – lokalno lahko še več [3]. Ta jedra so lahko omočljiva ali pa v vodi topljiva – zato je skoraj vsaka snov lahko kondenzacijsko jedro (drobci gline s tal, sol iz morja ...). Npr. na površini omočljivih delcev se lažje tvorijo zametki, ki so večji in bolj obstojni, in ki lažje zrastejo v obstojno kapljico.

Kapljice bi sicer lahko nastale tudi v povsem čistem zraku, v katerem ne bi bilo delcev aerosola, vendar bi morala biti v tem primeru relativna vlažnost zelo velika (vsaj nekaj sto odstotkov). Majhni zametki kapljic, ki nastanejo ob sprijetju nekaj molekul vodne pare, v vlažnem zraku vseskozi nastajajo in da bi obstali, bi bila potrebna tako visoka gostota molekul v okolici. Ker pa je v zraku ogromno primernih delcev aerosola, le-ti znižajo potrebno relativno vlažnost na približno 100 %.

Za tvorbo ledenih delcev pa je nekaj dodatnih omejitev. Najprej: opazovanja kažejo, da je jeder, ki bi bila primerna za nastanek ledenih delcev, mnogo manj, kot je jeder, primernih za kondenzacijo: pri temperaturi okrog -10 °C jih je tipično manj kot deset na kubični meter, pri -15 °C blizu sto, pri -20 °C pa skoraj tisoč v kubičnem metru zraka (spet [3]). Poleg tega pa mora za neposredno depozicijo pare na delcu aerosola le-ta imeti vsaj približno podobnost s kristalno strukturo ledu (heksagonalna simetrija). Površina snovi s podobno strukturo lahko služi kot modelček, na katerem se začnejo v kristalno mrežo urejati tudi molekule vode in posledično lahko nastaja led. Tako bi torej nastajali kristalčki ledu neposredno iz pare. Če ima aerosol precej drugačno kristalno strukturo, ali pa če je tekoč, potem morajo molekule vode same ustvariti zametek kristalne strukture, kar pa lahko traja nekaj časa – posledično lahko v prvi fazi prihaja le do kondenzacije, tudi če je temperatura pod lediščem.

Kako pa zmrzujejo kapljice? Podobno kot velja za zametek kapljice v pari, velja tudi za zametek kristalne strukture v tekoči vodi, hladnejši od temperature ledišča – če je majhen, ni stabilen in lahko hitro razpade. Ko se enkrat ustvari dovolj velik in obstojen zametek kristala, se lahko ob njegovi površini precej hitro začnejo urejati tudi vse druge bližnje molekule kondenzirane vode in zmrzovanje lahko hitro napreduje (rast je seveda omejena tudi s hitrostjo odvajanja toplote). Čas, ki je potreben, da se ustvari dovolj obstojen zametek kristala, je odvisen od količine vode v kapljici. Zametki se namreč pojavljajo naključno in praviloma je verjetnost, da bo kapljica začela zmrzovati v nekem časovnem intervalu, manjša za majhne kapljice, ki vsebujejo manj vode. Numerične simulacije molekularne dinamike zmrzovanja tudi nakazujejo, da se dovolj obstojni zametki najpogosteje pojavljajo v plasti neposredno pod površino kapljice [6].

Še to: kondenzirane vode v oblaku tudi ni tako veliko, da bi zmrzovanje kapljic bistveno vplivalo na temperaturo okoliškega zraka. Tipična vodnost (masa vse kondenzirane vode v volumnu zraka) v oblakih je približno 0,3 $\mathrm{g/m^3}$ in tudi, če bi zmrznile vse kapljice v zraku, bi bilo sproščene toplote le toliko, da bi se zrak segrel le za približno 0,1 °C.

Primrzovanje velikih kapelj

Včasih se zgodi, da padajo skozi hladen zrak tudi zelo velike kaplje (recimo tiste z radijem 2 mm) – npr. iz zgornje tople plasti, kjer dežuje, v spodnjo zelo mrzlo plast zraka, kjer je temperatura pod lediščem. Sedaj se v prvi fazi morebitne tople kaplje najprej ohladijo do ledišča (v prejšnjih primerih je bila prva faza ogrevanje do ledišča!) – potem pa postanejo podhlajene, a podobno kot prej ne zmrznejo takoj, saj se mora proces kristalizacije najprej sprožiti, kar pa lahko traja nekaj časa, ali pa zmrznejo le deloma.

Največje težave pri takih pojavih so žled, poledica ali pa zaledenitve na letalih. V vseh teh primerih masivni mrzli objekti, katerih temperatura je pod lediščem (veje dreves, daljnovodi, trup letala) ob trku s takšnimi kapljicami brez težav sprožijo kristalizacijo in hkrati tudi prevzemajo toploto zmrzovanja, zato se lahko ledena obloga žleda na drevju ali grmovju, poledica na tleh, ali pa ledena skorja na letalu debelijo zelo hitro. Primer je katastrofalen žledolom, ki je med 30. 1. 2014 in 3. 2. 2014 prizadel Slovenijo in povzročil izjemno veliko gmotno škodo, predvsem v gozdovih ter na železniški in elektroenergetski infrastrukturi. Pri letalih pa je pojav primrzovanja tako pogost, da so vsa večja komercialna letala opremljena s sistemom za odstranjevanje ledu.

Podobno kot na dele letala podhlajene kapljice primrzujejo tudi na rastočo sodro in točo, ki na račun tega raste – tudi to povzroča težave in včasih tudi hudo škodo. Na primer, nevihta, iz katere so padala tudi zelo velika zrna toče z velikostjo nad 8 cm, je 8. junija 2018 povzročila pravo razdejanje predvsem na območju občine Črnomelj, kjer je škoda presegla vrednost 18 milijonov evrov. Poškodovani so bili številni objekti, vozila parkirana na prostem, delno uničene so bile tudi poljščine, sadno drevje in vinogradi.

LITERATURA

[1] A. Korolev, G. A. Issac, S. G. Cober, J. W. Strapp in J. Hallet, *Microphysical characterization of mixed-phase clouds*, Q. J. R. Meteorol. Soc. **129** (2003), 39–6 (dostopno na `rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1256/qj.01.204`, ogled 19. 12. 2019).

[2] W. A. Murray in R. List, *Freezing of water drops*, J. of Glaciology **11** (1972), 415–429.

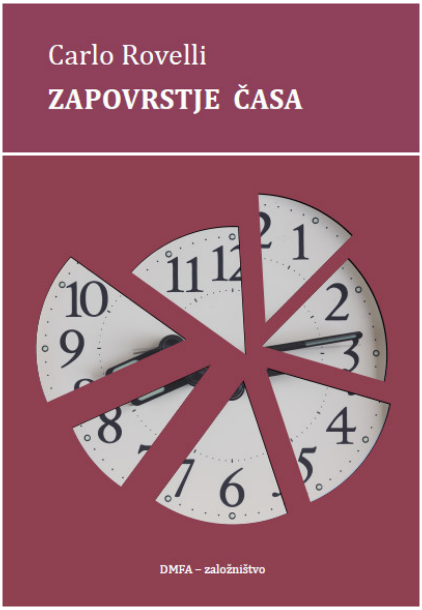
[3] H. R. Pruppacher in D. J. Klett, *Microphysics of clouds and precipitation*, Springer, xx+954 pp, 2010.

[4] J. Rakovec, *O temperaturi ledu na vodi*, Obzornik za mat. fiz. **65** (2018), 121–137.

[5] R. R. Rogers in M. K. Yau, *A Short Course in Cloud Physics*, 3rd Ed., Butterworth-Heinemann, an Imprint of Elsevier, xiv+290 pp, 1989.

[6] L. Vrbka in P. Jungwirth, *Homogeneous freezing of water starts in the subsurface*. J. Phys. Chem, 2006.

Carlo Rovelli, Zapovrstje časa, prevod Alojz Kodre, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2019, 156 str.



Poleg drobne uspešnice »Sedem kratkih lekcij iz fizike« je dr. Rovelli, vodja raziskovalne skupine za kvantno gravitacijo na Univerzi Aix-Marseille, napisal vrsto poljudnih in strokovnih knjig. V njih poskuša bralcu razložiti dokaj zapletene osnove svojega raziskovalnega področja. Za lažje razumevanje zajema analogije in prispodobe iz zgodovine fizike, pogosto se ozre tudi k modrecem antičnega sveta, ki so poskušali razložiti svet s tedanjim védenjem in so prispevali številne globoke razmisleke.

Knjiga »Zapovrstje časa« se dotakne kvantne gravitacije oziroma »zankovne teorije« le v osrednjem delu, kjer čas pravzaprav izgine. Bolje rečeno, v opisu sveta v Planckovem merilu, globoko pod razsežnostmi in življenjskimi dobami najmanjših osnovnih delcev, postane nebistven. Planckova dolžina je reda velikosti 10^{-35} m, Planckov čas pa 10^{-43} s. V tem neznatnem merilu je svet le vrvenje kvantov prostorčasa in njihovih interakcij. Rovellijeva pripoved se začne z našo utrjeno predstavo o času: o njegovem enakomernem in enosmernem teku, neodvisnem od okoliščin. Pokaže nam, da ta predstava ni od vselej: jonski modrec Anaksimander v kratki opazki, ki je edini ohranjeni drobec njegovega pisanja, času sicer pripiše vesoljno veljavo:

> Stvari se spreminjajo iz ene v drugo po nujnosti in si delijo pravico po zapovrstju časa.

Toda nekaj generacij pozneje vidi antični enciklopedist Aristotel v času le mero spreminjanja. Če ni sprememb, tudi čas ne teče. Naša ustaljena predstava o času pa izvira od Newtona: on je uvedel razlikovanje med *relativnim, navideznim ali splošnim časom*, ki nam je dosegljiv s čuti, in *absolutnim,* *pravim ali matematičnim časom*, ki teče enakomerno po svoji naravi, brez sleherne zunanje opore.

Sintezo obeh pogledov je napravil Einstein: po njegovem zares obstaja absolutni čas, ki je komponenta prostorčasa, a ni povsem neodvisen od okoliščin. V višinah, to je v šibkejšem gravitacijskem polju, ga je več – tam teče hitreje. Njegov tek je odvisen tudi od hitrosti gibanja: predmet v gibanju občuti krajše trajanje od mirujočega predmeta. Oba učinka sta v svetu, ki je dosegljiv človeku, sicer majcena, a dandanes merljiva: razlike v teku časa znesejo do nekaj tisočink sekunde na leto. Veličina Einsteinove sinteze je v dejstvu, da je za desetletja prehitela razvoj tako natančnih meritev. Te so dandanes bistvene za delovanje sistemov satelitske navigacije (GPS).

Rovelli v nadaljevanju pokaže, da ob spremenljivem teku časa ni več absolutne sočasnosti dogodkov. »Zdaj«, ki po ustaljeni predstavi velja po vsem vesolju, seže v resnici samo tako daleč, do kamor pride svetloba v trajanju naše časovne ločljivosti: če je to tisočinka sekunde (kolikor dandanes izmerijo štoparice v športu), obsega mehurček »zdaj« samo 300 km. Cela Zemlja je sočasna, če se zadovoljimo z ločljivostjo nekaj stotink sekunde. Dlje pa naš »zdaj« ne seže: za dva prostorsko ločena dogodka v vesolju na splošno ne moremo reči, kateri je »prej«.

To dejstvo ima pomembno, za naše dojemanje sveta presenetljivo posledico – izgubo vzročnosti. Bertrand Russel je to pokomentiral nekoliko zajedljivo: »Zakon vzročnosti . . . je ostalina minulih časov, tako kot monarhija: [ohranja se] samo zaradi zmotne podmene, da ne more napraviti škode.« Zares: če ni jasno, kaj je prej in kaj pozneje, tudi ni vzroka in posledice.

Najhujši pretres naše ustaljene predstave o času pa prinaša kvantna teorija – le da končne slike še ne poznamo. Einstein je s svojo relativnostno teorijo ustvaril moderno predstavo o času, pravzaprav o prostorčasu, ki ni neodvisni okvir sveta, temveč samo polje, kot so druga polja v fiziki. Prostorčas je namreč gravitacijsko polje in Einstein se je zavedal, da mora imeti to polje v svojem najmanjšem merilu tudi kvantne lastnosti. Do konca življenja je iskal tako združeno teorijo, a se mu ni posrečila. Glede na neznatnost v začetku omenjenega Planckovega območja, v katerem lahko pričakujemo zaznavne učinke, seveda tudi ne moremo upati, da bi za tako teorijo dobili namig iz eksperimentov ali meritev. Obstaja nekaj smeri raziskav, Rovellijevo področje zankovne teorije je ena od njih. Njena osnovna enačba pa kaže pomembno posebnost. Vse teorije, ki opisujejo področja fizike –

Newtonove enačbe mehanike, Maxwellove enačbe za elektromagnetno polje, Schrödingerjeva in Diracova enačba kvantne mehanike, enačbe za polja sil med osnovnimi delci – podajajo spremembe polj s časom. V zankovni teoriji pa je prostorčas polje sàmo in enačba opisuje le interakcije kvantov polja med seboj, ne pa časovne odvisnosti njihovega gibanja.

Ali je torej treba reči, da v najmanjših razsežnostih fizikalnega sveta časa sploh ni? To je gotovo pretirana trditev, saj v teh razsežnostih tudi drugih fizikalnih količin in lastnosti ni oziroma se jih ne da definirati: barve na primer ali površinske napetosti ali temperature in sploh večine termodinamskih spremenljivk z izjemo energije. Gotovo pa je, da v Planckovih razsežnostih ni enosmernosti časa, ki je za našo izkušnjo njegova najpomembnejša značilnost. Rovelli razloži, da so vse prej navedene vodilne enačbe fizike obrnljive v času, da torej ne določajo njegove smeri. Le v prenosu toplote je smer časa določena: toplota vedno teče od toplejšega telesa k hladnemu. Ali povedano drugače, z entropijo:

$$dS \geq 0.$$

V velikem svetu teče čas tako, da v njem entropija samo narašča. Tak je tudi izvir našega subjektivnega občutenja časa: v procesu mišljenja se, kakor v delovanju telesa na splošno, sprošča in prenaša toplota. Dogodki v okolici in v nas samih puščajo sledi, ki sestavljajo naš spomin in nazadnje tudi občutek zavedanja sebe. S smerjo časa se povrne tudi smisel pojma vzročnosti – s povezovanjem vzrokov in posledic se je naše znanstveno dojemanje sveta sploh začelo.

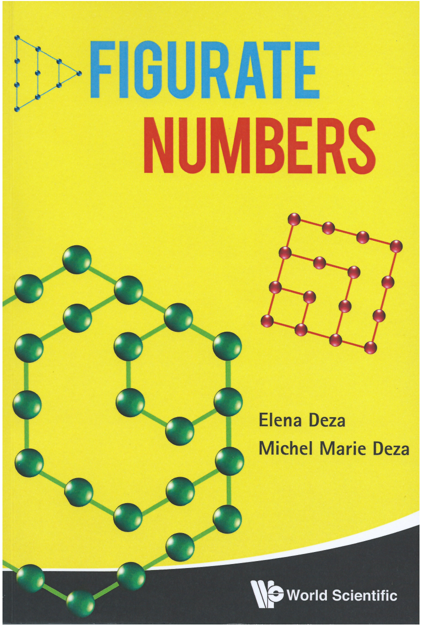
V poglavjih v izteku knjige Rovelli vešče in na široko preplete fizikalno razlago z razmisleki iz filozofije ter dosežki kognitivne znanosti, obogati pa jo tudi z zgovornimi navedki iz umetnosti – z raznoterimi pričevanji, kako doživljamo čas, zapovrstja dogodkov v njem in tudi same sebe.

Knjiga obsega 153 strani, razdeljena je v 13 poglavij, ki so povezana v tri dele: Sesutje časa, Svet brez časa, Izviri časa. Pisana je povsem poljudno, edina matematika v knjigi je zgoraj citirana entropijska neenačba, pa še ta bolj za okras. Za zahtevnejšega bralca je dodana obsežna zbirka opomb. Obsežno je tudi stvarno kazalo.

Alojz Kodre

Knjigo lahko naročite pri DMFA – založništvo po ceni 16,00 EUR.

Elena Deza in Michel Marie Deza, Figurate Numbers, World Scientific, Hackensack, New Jersey in drugje, 2012, 474 strani.



S številom enakih predmetov, razporejenih v neki geometrijski red, bodisi v ravnini ali v prostoru (mišljen je prostor $\mathbb{R}^3$), tudi večrazsežnem (mišljen je prostor $\mathbb{R}^d$, $d > 3$), opredeljujemo tako imenovano *figurativno število*. Predmeti so po navadi v ravninskem in trirazsežnem prostoru upodobljeni kot točke, lahko pa tudi kot krožci ali kroglice. Figurativno število je *ravninsko*, če ga realiziramo s točkami v ravnini, *prostorsko*, če ga realiziramo s točkami v prostoru, in *večrazsežno*, če ga realiziramo s točkami v večrazsežnem prostoru. V višjih dimenzijah nazorna predstava odpove in se je treba zateči k abstraktni obravnavi. Omenjeni geometrijski red točk je v ravninskem primeru podrejen nekemu večkotniku, v prostorskem pa nekemu poliedru. Prehod od enega figurativnega števila izbrane vrste do naslednjega je natančno določen. Figurativna števila iste vrste sestavljajo naraščajoče zaporedje naravnih števil, ki se pogosto začne z 1.

Figurativna števila imajo bogato in dolgo zgodovino, kar je razvidno iz obširnega seznama znanih matematikov, ki so se z njimi ukvarjali od pitagorejskih časov do današnjih dni. V matematiki jih srečujemo na različnih področjih. Glavni namen knjige je prikaz teorije figurativnih števil in njihovih lastnosti. Knjiga je verjetno prva, ki snov o figurativnih številih podaja enovito in sistematično.

Prvo poglavje obravnava ravninska figurativna števila. Najprej so na vrsti trikotniška, kvadratna, petkotniška in druga večkotniška števila. Pokaže tudi, da obstajajo večkotniška števila, ki so hkrati dveh vrst, na primer kvadratna trikotniška števila, in kako taka števila poiščemo. Podrobno proučuje lastnosti večkotniških števil, povezave med njimi in odgovarja na vprašanje, kdaj je neko naravno število večkotniško in katero po vrsti je. Nato so vpeljana še središčno večkotniška števila, pravokotniška in trapezna števila ter nekatera druga. Središčno večkotniško število je število točk, ki so v ravnini razvrščene na stranicah podobnih koncentričnih pravilnih večkotnikov po določenem pravilu. Pri tem samo središče štejemo zraven. Pravokotniško število je produkt dveh naravnih števil in ga lahko predstavimo kot število točk, ki so v ravnini enakomerno razvrščene v pravokotnik tako kot elementi v pravokotni matriki. Trapezno število je razlika dveh trikotniških števil. Predstavimo ga lahko v ravnini kot število točk, ki so enakomerno razvrščene na med seboj vzporednih daljicah, pri čemer, gledano od spodaj navzgor, število točk od daljice do daljice pojema za 1, na najvišji daljici pa sta vsaj 2 točki.

Za obravnavana števila so izpeljane eksplicitne formule in ustrezne rodovne funkcije. Če v eksplicitno formulo za figurativno število izbrane vrste vstavljamo naravna števila v običajnem vrstnem redu, dobimo ustrezno zaporedje figurativnih števil. Z vstavljanjem negativnih celih števil in 0 dobimo tako imenovana *posplošena ravninska figurativna števila*.

V drugem poglavju spoznamo prostorska figurativna števila, med katerimi so piramidna števila, ki ustrezajo tristrani, štiristrani, petstrani in večstrani piramidi. Med prostorska figurativna števila spadajo tudi tista, ki ustrezajo platonskim telesom: tetraedrska, kubična, oktaedrska, dodekaedrska in ikozaedrska števila. Po ravninskem zgledu so definirana tudi prostorska središčna števila. Tudi tu so za obravnavana števila izpeljane eksplicitne formule in ustrezne rodovne funkcije, uveden pa je, tako kot za ravninski primer, tudi pojem *posplošenega prostorskega figurativnega števila*.

Tretje poglavje je posvečeno večrazsežnim figurativnim številom, ki ustrezajo raznim politopom v večrazsežnem prostoru. Med temi so na primer hiperkubična, hipertetraedrska in hiperoktaedrska števila. Po zgledu ravninskih in prostorskih primerov so vpeljana tudi ustrezna središčna števila in *posplošena večrazsežna figurativnega števila*.

V četrtem poglavju spoznamo, kako so figurativna števila vključena v druga matematična področja, zlasti v teorijo števil. Tu srečamo pitagorejske trojice, diofantske enačbe, popolna, Mersennova, Fermatova, Fibonaccijeva, Lucasova in še nekatera druga posebna števila. Poglavje se konča z Waringovim problemom.

Peto poglavje se ukvarja z enim od Fermatovih izrekov, z izrekom o večkotniških številih. Fermat je namreč trdil, da se da vsako naravno število zapisati kot vsoto kvečjemu treh trikotniških števil, kot vsoto kvečjemu štirih kvadratov, kot vsoto kvečjemu petih petkotniških števil itd. Izreka nikoli ni dokazal. Podrobno spoznamo tudi zgodovino tega problema. Za kvadratna števila je opisani Fermatov izrek dokazal Lagrange, za trikotniška Gauß, za splošna večkotniška števila pa Cauchy. V knjigi je predstavljenih tudi nekaj dokazov Fermatovega izreka o večkotniških številih.

V šestem poglavju je navedenih nekaj naravnih števil, ki imajo zanimive lastnosti, ki so povezane s figurativnimi števili. Navedimo preprost primer. Število 216 je najmanjše kubično število, ki je vsota treh kubičnih števil: $216 = 6^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$.

Sedmo poglavje ponuja bralcu možnost, da se spopade z nalogami. Teh je malo čez 150, dodane pa so jim tudi rešitve. Precej nalog zahteva preverjanje enakosti, ki vsebujejo figurativna števila. Te zlahka rešimo z uporabo definicij teh števil in z malo računske spretnosti. Naloga št. 104 na primer zahteva, da preverimo formulo $L(n,k) = S_3^{k-1}(n-k+1)\frac{n!}{k!}$, kjer oznaka $S_3^k(n) = \binom{n+k-1}{k}$ pomeni n-to hipertetraedrsko število v k-razsežnem prostoru, $L(n,k) = \binom{n-1}{k-1}\frac{n!}{k!}$ pa *Lahova števila*, poimenovana po našem matematiku, statistiku, aktuarju in demografu Ivu Lahu (1896–1979). Števila $S_3^k(n)$ so razvrščena v Pascalovem številskem trikotniku na k-ti vzporednici stranice, ki jo sestavljajo same enice.

Knjiga je opremljena s številnimi tabelami in zaključena s seznamom literature in stvarnim kazalom. Namenjena je učiteljem in študentom, pa tudi vsem ljubiteljem matematike, ki se zanimajo za teorijo števil, splošno algebro, kriptografijo in sorodna področja. Prva tri poglavja so primerna za dodiplomske študente, pa tudi za vse druge, ki so kolikor toliko doma v matematiki. Težji poglavji, četrto in peto, pa že zahtevata solidno znanje univerzitetne matematike. Knjiga je lahko izdatna pomoč pri pisanju diplomskih in magistrskih del.

Avtorja sta skupaj objavila še knjigi *Encyclopedia of Distances* in *Dictionary of Distances*, pa tudi nekaj člankov. Michel Marie Deza (1939–2016) je bil sovjetsko-francoski matematik, član *École Normale Supériuere* in direktor raziskav v organizaciji *Centre National de la Recherche Scientifique* v Parizu. Rodil se je kot Mihail Efimovič Tylkin, priimek pa si je spremenil že v svojih študentskih časih na Moskovski državni univerzi. Leta 1972 je emigriral v Francijo, kjer si je nadel tudi francosko ime Michel, Marie pa po svoji materi. Deloval je predvsem v kombinatoriki, diskretni geometriji in teoriji grafov. Bil je eden od ustanoviteljev revije *European Journal of Combinatorics* (1980). Leta 1999 in 2007 se je udeležil konference o teoriji grafov na Bledu. V naši reviji *Ars Mathematica Contemporanea* je s soavtorji objavil dva članka, prvega že v prvi številki leta 2008, drugega pa leta 2013. Bil je tudi v svètu te revije. Oktobra leta 2010 je imel več predavanj na FMF v Ljubljani. Leta 2016 je v Parizu tragično preminil zaradi požara v stanovanju.

Elena Ivanovna Deza (rojena 1961) je bila Michelova soproga. Sedaj je profesorica na Oddelku za matematiko Državne pedagoške univerze v Moskvi. Ukvarja se s teorijo števil, diskretno matematiko in metodiko poučevanja matematike. Je avtorica oziroma soavtorica okoli 25 knjig in 120 člankov.

Marko Razpet

VESTI

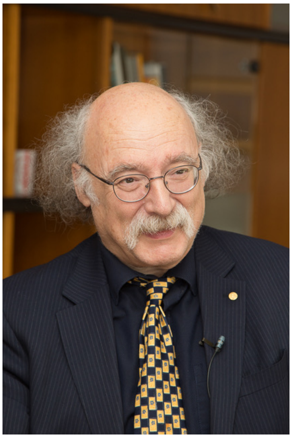
Profesor Frederick Duncan Michael Haldane, častni član DMFA Slovenije

Na letošnjem Občnem zboru DMFA Slovenije je bil za častnega člana društva izvoljen profesor F. Duncan M. Haldane, dobitnik Nobelove nagrade za fiziko leta 2016.

Profesor Frederick Duncan Michael Haldane je teoretični fizik, rojen leta 1951 v Veliki Britaniji očetu Škotu Haldanu in materi koroški Slovenki Ljudmili Renko. Sam pravi, da se po narodnosti šteje za na pol Škota in pol Slovenca.

Profesor Duncan Haldane je leta 1978 doktoriral iz fizike na Univerzi v Cambridgeu, kjer je bil njegov mentor Nobelov nagrajenec P. W. Anderson. Do leta 1981 je nato delal na Institutu Laue-Langevin v Grenoblu, v letih 1981–1987 na Univerzi Južne Kalifornije v Los Angelesu in nato med 1987 in 1992 na Univerzi v Kaliforniji v San Diegu. Leta 1990 je sprejel mesto profesorja na Univerzi v Princetonu, kjer dela še danes. Je Sherman Fairchild University Professor of Physics na Univerzi v Princetonu in Ugledni raziskovalec Perimeter inštituta za teoretično fiziko v Kanadi.

S Slovenijo ga poleg sorodstvenih vezi povezujejo tudi strokovne povezave s slovenskimi fiziki. Leta 2000 je bil vabljeni predavatelj na konferenci o teoretični fiziki na Bledu, ki so jo organizirali sodelavci Fakultete za matematiko in fiziko UL in Instituta Jožef Stefan. V letu 2018 je bil na daljšem obisku v Ljubljani, kjer je imel dve izjemno obiskani predavanji, v okviru Stefanovih dni na Institutu Jožef Stefan, ter predavanje za študente fizike na Fakulteti za matematiko in fiziko. Decembra lani mu je Univerza v Ljubljani



Slika 1. Profesor Frederick Duncan Michael Haldane

podelila častni doktorat. Duncan Haldane velja za enega izmed najbolj uglednih živečih teoretičnih fizikov. Njegovi članki veljajo kot vrhunski dosežki na področju fundamentalne teorije trdne snovi in statistične fizike. Odražajo izvirne nove ideje in nove teoretične pristope. Njegova objavljena dela so že desetletja navdih in izziv tako teoretikom kot tudi eksperimentalnim fizikom.

Izvirnost fizike Duncana Haldana ima izjemen ugled med fiziki v svetu, na kar kažejo številna priznanja v svetu še pred Nobelovo nagrado. Leta 1993 je prejel nagrado Oliverja E. Buckleya Ameriškega fizikalnega društva za kondenzirano snov. Leta 1992 je bil imenovan za člana Ameriške akademije znanosti in umetnosti in leta 1996 za člana Royal Society v Londonu (FRS). Leta 2012 je prejel tudi Diracovo medaljo Abdus Salam Centra za teoretično fiziko v Trstu.

Eksperimentalni dokaz Haldanovih teoretičnih napovedi pa je privedel Švedsko akademijo znanosti do odločitve, da mu skupaj s kolegoma Davidom J. Thoulessom in J. Michael Kosterlitzom leta 2016 podeli Nobelovo nagrado za *teoretična odkritja topoloških faznih prehodov in topoloških stanj snovi.*

Leta 2017 pa je prejel nagrado slovensko-ameriške izobraževalne fundacije ASEF za življenjsko delo. Marca letos je postal tudi slovenski državljan. V zadnjih dveh letih je večkrat javno podprl vrhunsko znanost, v svojih nagovorih pri nas je izrazil podporo slovenskim prizadevanjem za izboljšanje raziskovalnega okolja, kar je izjemno pomembno za vse stroke in tudi za prizadevanja Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.

Uredništvo

Kristijan Kocbek, Margareta Obrovnik Hlačar, Jožef Senekovič in Sašo Strle novi prejemniki priznanj DMFA Slovenije

Na letošnjem Občnem zboru DMFA Slovenije so bila podeljena štiri priznanja. Prejeli so jih Kristijan Kocbek, profesor matematike na I. gimnaziji v Celju, za izjemno uspešen matematični krožek in navdihujoče mentorstvo mladim tekmovalcem in tekmovalkam, Margareta Obrovnik Hlačar, učiteljica fizike in kemije na OŠ Louisa Adamiča v Grosupljem, za navduševanje mladih za naravoslovje ter bogato strokovno dejavnost na področju fizike in naravoslovja, Jožef Senekovič, prof. matematike in fizke na OŠ Bojana Ilicha v Mariboru, za izjemne uspehe pri mentorstvu mladim ter bogato strokovno dejavnost na področju matematike, in dr. Sašo Strle, izr. profesor za matematiko na Fakulteti za matematiko in fiziko v Ljubljani, za kvalitetno in nenadomestljivo uredniško delo pri društvenih publikacijah. V nadaljevanju objavljamo utemeljitve, ki jih je pripravila komisija na podlagi prejetih predlogov.

Kristijan Kocbek je diplomiral iz pedagoške matematike na UL FMF leta 1994 in poučuje matematiko na I. gimnaziji v Celju. Je odličen profesor, učno snov podaja sistematično in razumljivo. Med dijaki je zelo priljubljen. Odlikuje se po tem, da zna dobro prilagoditi svoje zahteve in pričakovanja sposobnostim dijakov. Z izredno predanostjo se že od leta 1998 naprej posveča tudi vodenju matematičnih krožkov in zelo sistematičnim pripravam srednješolcev na matematična tekmovanja, tudi za tista na mednarodni ravni. Občasno izvaja krožke ali individualno dela tudi z matematično nadarjenimi osnovnošolci, ki pod njegovim mentorstvom uspešno razvijajo svoj talent.

Slika 1. Kristijan Kocbek

Njegovi varovanci in varovanke so v zadnjih petih letih na državnem tekmovanju iz matematike za srednješolce osvojili 11 prvih mest in skupaj 22 nagrad, na Mednarodni matematični olimpijadi pa kar 5 medalj od skupaj 8, ki so jih v teh petih letih osvojili slovenski tekmovalci. Dolg je tudi seznam uspehov na drugih tekmovanjih. Kristijan Kocbek k matematiki nadpovprečno uspešno pritegne tudi dekleta: v sedmih letih sodelovanja na Evropski dekliški matematični olimpijadi so se v štiričlansko slovensko ekipo kar 17-krat uvrstile njegove dijakinje.

Dosežki njegovih dijakov in dijakinj nedvomno potrjujejo, da je Kristijan Kocbek eden izmed najuspešnejših slovenskih srednješolskih mentorjev, njegovo mentorsko delo pa bistveno prispeva tudi k uspehom in ugledu Slovenije ter našega društva na mednarodnih matematičnih tekmovanjih. S svojim kvalitetnim strokovnim delom je velik ugled v regiji pridobil tudi šoli, na kateri poučuje. Na I. gimnazijo v Celju se vsako leto vpišejo številni nadarjeni mladi iz širše okolice, ki jih Kristijan Kocbek še bolj navduši za matematiko.

Margareta Obrovnik Hlačar je diplomirala leta 2004 na Pedagoški fakulteti v Ljubljani in se še istega leta zaposlila kot učiteljica fizike in kemije na OŠ Louisa Adamiča v Grosupljem. Vse odtlej raziskuje vedno nove oblike dela z učenci in izpopolnjuje stare. Je natančna in dosledna. Učencem širi obzorja ne le z vsebinami iz učnega načrta, ampak se nenehno izobražuje, nova dognanja pa vpleta v pouk, ki je prežet s projektnim delom, usmerjen v reševanje nalog in problemov iz vsakdanjega življenja.

Slika 2. Margareta Obrovnik Hlačar

Naravoslovne predmete povezuje z drugimi in jih približuje učencem preko vodenja interesnih dejavnosti, projektov, dni dejavnosti in taborov, kjer lahko učenci svoja močna področja okrepijo in hkrati razvijejo kakšno novo. Na šoli vodi naravoslovne, astronomske in kemijske krožke za učence vseh razredov od prvega do devetega. Bila je mentorica učencem pri raziskovalnih in seminarskih nalogah in državnih tekmovanjih za Preglova in Stefanova priznanja, na katerih so njeni učenci v zadnjih treh letih osvojili 5 zlatih Stefanovih priznanj.

Kot organizatorka regijskega tekmovanja iz fizike pri DMFA Slovenije že od leta 2006 skrbi, da je tekmovanje zgledno izpeljano in izdelki tekmovalcev pravočasno ocenjeni, in da se vsak tekmovalec iz več kot 40 šol v regiji Ljubljana II na tekmovanju počuti posebno in dobrodošlo. Prav tako je že vrsto let organizatorka in članica komisije državnega tekmovanja iz kemije, strokovno pa sodeluje tudi pri ocenjevanju NPZ iz kemije ter v številnih inovacijskih projektih Partnerstvo fakultet in šol, Erasmus+, širjenja e-gradiv in drugih. S svojo delavnostjo, predanostjo, žarom in samodisciplino je vzor tako učencem kot tudi svojim sodelavcem na OŠ Louisa Adamiča v Grosupljem.

Jožef (Jože) Senekovič je diplomiral leta 1994 na takratnem Oddelku za matematiko PeF UM. Kot profesor matematike in fizike na OŠ Bojana Ilicha v Mariboru s svojim vsestranskim strokovnim delom že vrsto let navdihuje širok krog učencev in staršev na svoji šoli, pa tudi kolege učitelje matematike in druge strokovne delavce v vzgoji in izobraževanju v Sloveniji. Jože Senekovič je najprej učitelj, ki je s srcem in z dušo navzoč v razredu, ljubezen do matematike in znanja pa zna prepričljivo prenašati na učence ne glede na njihovo matematično talentiranost. V vlogi mentorja je eden izmed najbolj produktivnih učiteljev v Sloveniji na splošno: pogosto je mentor pri dveh, včasih tudi pri treh raziskovalnih nalogah v posameznem letu, nastale naloge pa so pogosto nagrajene kot najboljše na področju osnovnošolske matematike. Nadarjeni učenci pod njegovim mentorstvom na matematičnih tekmovanjih dosegajo najvišja državna priznanja.

Slika 3. Jože Senekovič

Jože Senekovič je tudi soavtor aktualnega učnega načrta in več osnovnošolskih učbenikov za matematiko, aktiven sodelavec v pionirskih projektih izdelave elektronskih učnih gradiv E-um in i-učbeniki ZRSŠ, član tekmovalnih komisij DMFA, sodelavec predmetne skupine za matematiko na Zavodu RS za šolstvo ter skupine za vrednotenje matematičnih nalog na NPZ. Na

Oddelku za matematiko in računalništvo Fakultete za naravoslovje in matematiko UM pa posebej cenijo njegovo 25-letno sodelovanje s fakulteto pri nastopih študentov v okviru didaktike pouka matematike. Študenti vedno znova presenečeni zaznavajo njegovo spretno prepletanje strokovne zahtevnosti (do študentov in učencev), učinkovite razlage in smisel za humor, ki določajo njegov poseben, navdihujoč slog poučevanja.

Dr. Sašo Strle je diplomiral iz teoretične matematike v Ljubljani in doktoriral leta 2001 na Brandeis University v ZDA. Kot izredni profesor na UL FMF raziskovalno dela na področju topologije in predava različne matematične predmete. Med profesorji in študenti velja za energičnega, zanimivega, duhovitega in doslednega predavatelja, za priljubljenost matematike v širši javnosti pa skrbi tudi z občasnimi predavanji na seminarjih za učitelje in nastopih na srednjih šolah.

Za DMFA Slovenije pa je neprecenljivo in nenadomestljivo njegovo uredniško delo pri društvenih publikacijah. Že več kot 10 let kot odgovorni urednik revije Obzornik za matematiko in fiziko skrbi – vsebinsko, organizacijsko in finančno – za redno izhajanje naše prve slovenske matematično-fizikalne strokovne revije v času, ki tovrstnim medijem sicer ni naklonjen. S tem bistveno prispeva k nadaljnjemu razvoju, popularizaciji in ugledu matematike, fizike in astronomije ter omogoča ohranjanje zgodovinskega spomina o pestri dejavnosti našega Društva.

Slika 4. Sašo Strle

Uredništvo

Blinčeve nagrade

Lani so bile prvič podeljene Blinčeve nagrade za raziskovalno in strokovno delo na področju fizike, ki jih podeljujeta Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani in Institut »Jožef Stefan«. Nagrade so namenjene vsem slovenskim fizikom z namenom, da bi spodbudili in nagradili raziskovalce v Republiki Sloveniji za raziskovalno in strokovno delo na področju fizike. Letos je nagrado za življenjsko delo prejel Peter Prelovšek, nagrado za vrhunske enkratne dosežke je prejel Martin Klanjšek, nagrado za fizike na začetku kariere pa Matjaž Perc.

Med nagrajenci sta tudi člana DMFA Peter Prelovšek in Martin Klanjšek.

Prof. dr. Peter Prelovšek z Instituta Jožef Stefan je prejel Blinčevo nagrado za življenjsko delo s področja fizike. Je najprepoznavnejši slovenski raziskovalec na področju teoretične fizike trdne snovi v domačem in mednarodnem prostoru. V zgodnjem obdobju je sodeloval pri študiju inkomenzurabilnih sistemov. Ključen je predvsem njegov prispevek k razvoju in študiju teoretičnih modelov inkomenzurabilnih struktur. Za delo na tem področju je leta 1985 prejel Kidričevo nagrado. Zasnoval in zagovarjal je obvezno podoktorsko izpopolnjevanje, kar je vplivalo na izboljšanje kakovosti raziskovalnega dela na področju teoretične fizike kondenzirane snovi. Ob svojem raziskovalnem področju je razvijal tudi analitične in numerične metode. V znanstveni sferi je znan kot izumitelj Lanczoseve metode pri končni temperaturi, ki jo je razvil s svojim doktorandom dr. Janezom Jakličem ter jo uporablja več skupin po svetu.

Slika 1. Peter Prelovšek, foto: Peter Legiša

Doc. dr. Martin Klanjšek z Instituta »Jožef Stefan« je bil za vrhunske dosežke nagrajen za članek v vrhunski fizikalni reviji Nature Physics, ki poroča o obstoju nenavadnih kvazidelcev-anjonov. Pred štirimi desetletji je o teh delcih razmišljal Nobelov nagrajenec Frank Wilczek, prva eksperimentalna potrditev njihovega obstoja pa je uspela ravno skupini pod nagrajenčevim vodstvom. Anjoni so zanimivi predvsem zato, ker jih je mogoče med seboj plesti v različne vozle, ki imajo spomin. Z njimi je mogoče izvajati kvantne logične operacije, ki bi bile lahko podlaga za protokol delovanja morebitnega topološkega kvantnega računalnika.

Slika 2. Martin Klanjšek, foto: osebni arhiv

Nagrajencem v imenu uredništva iskreno čestitam za nagrade in uspehe pri raziskovalnem delu.

Aleš Mohorič, urednik za fiziko

Zoisove nagrade in priznanja ter Puhove nagrade in priznanja 2019

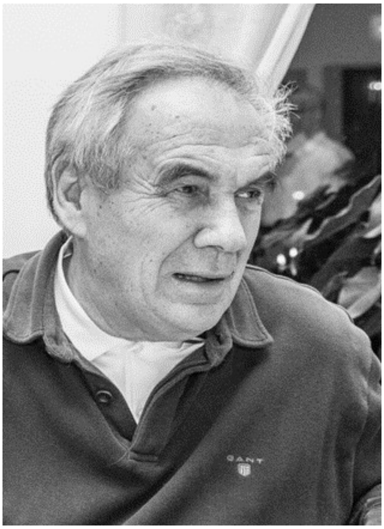
Zoisove nagrade in priznanja, priznanje Ambasador znanosti ter Puhovo priznanje in nagrada za leto 2019 so bile podeljene 20. novembra v Ljubljani. Te nagrade in priznanja so najvišje državne nagrade za dosežke na področju znanstvenoraziskovalnega dela, razvojne dejavnosti in prenosa znanstvenih izsledkov in novosti v gospodarstvo. Priznanje ambasador znanosti Republike Slovenije je prejel Marc L. Greenberg. Alenka Šelih in Josip Globevnik sta prejela Zoisovo nagrado za življenjsko delo. Zoisove nagrade za vrhunske dosežke so prejeli Nives Ogrinc, Enes Pasalic in Denis Arčon. Zoisova priznanja so prejeli Jurij Lah, Boris Rogelj, Boštjan Brešar, Matevž Dular, Miha Ravnik in Matjaž Dolšek. Marko Jagodič je prejel Puhovo nagrado za življenjsko delo, Hubert Kosler, Erih Arko, Damjan Širaj, Matija Jezeršek in Niko Herakovič pa Puhovo nagrado za vrhunske dosežke.

Med prejemniki so člani Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije Josip Globevnik, Denis Arčon, Boštjan Brešar in Miha Ravnik.

Dosežki nagrajencev so opisani na straneh Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport [1]. Povzemimo dosežke naših članov.

Akad. prof. dr. Josip Globevnik je prejel Zoisovo nagrado za življenjsko delo

Raziskovalno delo je začel na področju kompleksne analize. Navezal je vrsto tesnih stikov s tujimi raziskovalci in je vodilni slovenski strokovnjak na svojem področju. Raziskovalna skupina za kompleksno analizo, ki se je oblikovala okoli njega, je danes osrednja skupina na področju matematične analize v Sloveniji in predstavlja jedro programske skupine Analiza in geometrija. Globevnik vseskozi sledi novim raziskovalnim trendom in je bil med svojo kariero na vrsti daljših gostovanj na uglednih tujih univerzah in raziskovalnih ustanovah. Njegovo raziskovalno delo je bilo pionirsko na več pomembnih področjih in je vodilo v nove smeri raziskovanja, ki so danes zelo aktualne. Objavil je več kot sto originalnih znanstvenih del, večino v visokokakovostnih mednarodnih matematičnih revijah. Njegova objava leta 2015 v Annals of Mathematics je bila izbrana med najboljše dosežke slovenske znanosti na področju naravoslovja in matematike v Sloveniji po izboru Agencije za raziskovalno dejavnost RS. Globevnik je bil med prvimi matematiki v Sloveniji, ki so bistveno prispevali k odprtju v svetovne tokove raziskovanja na področju matematike in številne mlade matematike je vzpodbudil k študiju v tujini. Ta njegov prispevek k razvoju slovenske znanosti je prav tako pomemben kot vrhunski raziskovalni dosežki.



Slika 1. Josip Globevnik, foto: Peter Legiša

Prof. dr. Denis Arčon je prejel Zoisovo nagrado za vrhunske dosežke na področju kvantnega magnetizma in neobičajne superprevodnosti

Je redni profesor fizike na Univerzi v Ljubljani in znanstveni svetnik na Institutu »Jožef Stefan«. Njegovo področje dela so sistemi s koreliranimi elektroni, superprevodniki in različne magnetne spojine, katerih fazne diagrame raziskuje s komplementarnimi magnetnoresonančnimi metodami. Zadnje čase se še posebej temeljito posveča kvantnemu magnetizmu. Izjemen dosežek je zahtevna raziskava kvantne spinske tekočine v tantalovem disulfidu, kjer je s sodelavci z nizom zahtevnih raziskav prepričljivo dokazal njen obstoj. Raziskava je deležna veliko svetovne pozornosti ter potrditve z drugimi metodami in teoretičnimi izračuni. Pomembno je prispeval tudi pri raziskavah drugih kvantnih magnetnih sistemov in fulerenskih magnetov ter fulerenskih superprevodnikov. Njegova ekspertiza na področju magnetne resonance je bila ključna pri nizu pomembnih objav v vrhunskih revijah na različnih materialih, kot so enodimenzionalni antiferomagneti, pri odkritju Verveyega prehoda, superprevodnosti v železo-pniktidnih sistemih ali pa fazne separacije v kvantnem magnetu. Kot svetovno priznan strokovnjak na področju eksperimentalne fizike trdne snovi je objavil več kot 180 del v uglednih revijah, med drugim v vrhunskih revijah Science in Nature z več kot 3400 citati. Pri svojem delu tesno sodeluje z vrhunskimi raziskovalnimi skupinami po svetu.

Slika 2. Denis Arčon, foto: Peter Legiša

Prof. dr. Boštjan Brešar je prejel Zoisovo priznanje za pomembne dosežke na področju teorije grafov

Je profesor na Univerzi v Mariboru in raziskovalno deluje na področju teorije grafov. Spada med vodilne svetovne znanstvenike na področjih grafovske dominacije in metrične teorije grafov. V obdobju med 2012 in 2018 je objavil 39 znanstvenih člankov v vodilnih revijah s področja diskretne matematike. V vrhunski reviji Advances in Mathematics je objavil razpravo o bukoličnih kompleksih, ki povezuje teorijo grafov s topologijo in geometrijsko teorijo grup. V samostojnem članku je dokazal najboljšo splošno mejo za domnevo, ki jo je Vizing postavil v šestdesetih letih prejšnjega stoletja, in predstavlja najpomembnejši nerešeni problem grafovske dominacije. Njegovo delo poleg prodornosti odlikuje tudi odmevnost, saj so njegova dela citirana več kot 800-krat in to od več kot 500 različnih avtorjev. Izumil je dominacijske igre na grafih in je avtor številnih raziskav o tej igri, ki ima izjemno veliko odmevnost. Izjemno pomembne so tudi njegove raziskave pakirnih barvanj grafov. Skupaj s soavtorico sta leta 2018 naredila preboj s konstrukcijo neskončne družine podkubičnih grafov z neomejenim pakirnim kromatičnim številom.

Slika 3. Boštjan Brešar, foto: osebni arhiv

Izr. prof. dr. Miha Ravnik je prejel Zoisovo priznanje za pomembne dosežke v fiziki mehkih snovi

Je izredni profesor fizike in vodja Skupine za fiziko mehke snovi na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, ter višji znanstveni sodelavec na Institutu »Jožef Stefan« v Ljubljani. Njegovo delo je usmerjeno na področje fizike mehke kondenzirane snovi. Dela na štirih med seboj povezanih področjih: strukture nematskih polj in koloidov v anizotropnih kompleksnih tekočinah, dinamike aktivnih in pasivnih nematskih tekočin, fotonike in senzorike anizotropnih mehkih snovi ter industrijskih raziskav agregacije proteinov. Pomemben je njegov prispevek pri raziskavah aktivnih nematskih emulzij na osnovi enkapsulacije aktivnega tekočega kristala v pasivnem nematiku, fraktalnih nematskih koloidov, svetlobnem ustvarjanju in nadzoru nad topološkim nabojem ter medsebojno spletenih koloidnih vozlov in induciranih defektnih zank v tekočem kristalu. Te raziskave so opisane v vrsti prispevkov v vrhunskih revijah Science in Nature.

Slika 4. Miha Ravnik, foto: Peter Legiša

Vsem nagrajencem iskreno čestitamo za uspeh in priznanje.

LITERATURA

[1] Slavnostna podelitev, dostopno na `www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Novice/Zois_Knjizica_2019_2.pdf`, ogled 12. 12. 2019.

za uredništvo: Aleš Mohorič

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, SEPTEMBER 2019
Letnik 66, številka 5

ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

CONTENTS

Na naslovnici: Kumulonimbus je močno vertikalno razvit nizek oblak z ravnim spodnjim robom in razbrazdanim vrhom, lahko v obliki pahljače ali nakovala. Nevihtni oblak nastane, ko zaledeni gornji del. Foto: Aleš Mohorič